Л. А. Ісачанкава   Г. У. Пальчык   А. А. Сакольскі

ФІЗІКА

Вучэбны дапаможнік для 9 класа
агульнаадукацыйных устаноў
з беларускай мовай навучання

Пад рэдакцыяй *А. А. Сакольскага*

Дапушчана
Міністэрствам адукацыі
Рэспублікі Беларусь



Мінск
«Народная асвета»
2010

УДК 53(075.3=161.3)
ББК 22.3я721
И85

Рэцэнзенты:

кафедра агульнай фізікі ўстановы адукацыі «Гродзенскі дзяржаўны ўніверсітэт імя Янкі Купалы» (канд. фіз.-мат. навук, дац., заг. каф. *А. А. Маскевіч*); канд. фіз.-мат. навук, настаўнік фізікі дзяржаўнай установы адукацыі «Гімназія № 5 г. Мінска» *У. І. Анцулевіч*

Пераклад з рускай мовы *Н. Г. Ляўчук*

ISBN 978-985-03-1373-7

Як працаваць з вучэбным дапаможнікам

Вы трымаеце ў руках вучэбны дапаможнік па фізіцы для 9-га класа. У ім выкладзены асновы механікі — аднаго з самых важных раздзелаў фізікі. З механікай вы пазнаёміліся ў 7-м класе. У гэтым навучальным годзе вы будзеце не толькі вывучаць механіку на больш высокім узроўні, але і рашаць складаныя задачы, знаходзіць адказы на цяжкія пытанні. Каб работа з вучэбным дапаможнікам прынесла больш карысці, выкажам некалькі парад.

Спачатку прачытайце зададзены вам параграф ад пачатку да канца. Затым бярыцеся за яго дэталёвую прапрацоўку. Не завучвайце тэкст на памяць. Значна больш важным з'яўляецца разуменне сэнсу прачытанага. Старайцеся звязаць змест параграфа з матэрыялам, які быў выказаны настаўнікам на ўроку.

Уважліва адносцеся да азначэнняў фізічных велічынь, законаў і формул. Усе яны вылучаны ў тэксце. Калі дадзены вывад формулы — самастойна паспрабуйце вывесці гэту формулу ў сшытку.

У тэксце параграфаў ёсць пытанні. Не пакідайце без адказу ні аднаго з іх. Калі на якое-небудзь пытанне вы не змаглі адказаць, звярніцеся да вучэбнага матэрыялу яшчэ раз.

Сур'ёзна адносцеся да апісання доследаў. Многія з іх можна правесці дома. Гэта дапаможа вам лепш зразумець вывучаемыя з'явы.

Прааналізуйце галоўныя вывады пасля кожнага параграфа. Карысна запісаць іх у сшытак і дапоўніць меркаваннямі, якія могуць узнікнуць, калі вы сур'ёзна вывучалі матэрыял і зразумелі яго.

Для праверкі разумення матэрыялу пасля галоўных вывадаў дадзены кантрольныя пытанні. Абавязкова дайце адказ на кожнае з іх. У некаторых выпадках для гэтага трэба будзе выкарыстаць дадатковыя крыніцы інфармацыі.

Вывучыўшы тэарэтычны матэрыял і адказаўшы на кантрольныя пытанні, трэба рашыць задачы, дадзеныя ў практыкаванні ў

канцы параграфа. Задачы размешчаны па нарастанні складанасці. Рэкамендуем рашаць іх у гэтым парадку. Найбольш складаныя з іх адзначаны знакам .

Калі ў вас атрымалася рашыць усе задачы, значыць, вы добра зразумелі матэрыял. Вы можаце быць задаволенымі сваёй работай і разлічваць на дастойную ацэнку вашых ведаў настаўнікам.

У некаторых параграфах ёсць дадатковы матэрыял, які надрукаваны дробным шрыфтам. Яго можна вывучаць па жаданні.

Апрацаваць рэзультаты вымярэнняў пры выкананні лабараторных работ вам дапаможа Дадатак у канцы вучэбнага дапаможніка.

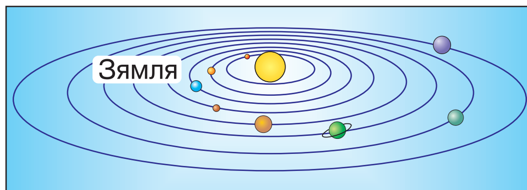
Жадаем творчых поспехаў і добрых адзнак!

Аўтары

УВОДЗІНЫ

Неад'емнай часткай нашага жыцця з'яўляецца рух. Рухаюцца людзі, аўтамабілі, самалёты, касмічныя караблі, планеты (мал. 1). Рухаюцца малекулы, атамы, электроны.

На ўроках фізікі ў 7-м класе вы атрымалі першыя ўяўленні аб механічным руху і яго заканамернасцях. У 9-м класе мы больш глыбей будзем вывучаць законы механічнага руху, закладзём падмурак для далейшага вывучэння фізікі.

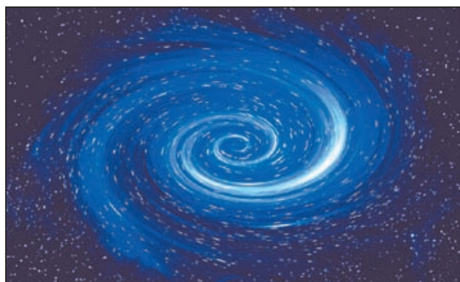


Мал. 1

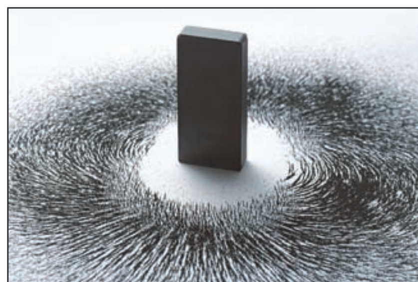
§ 1. Матэрыя. Прастора і час. Механічны рух

Пры вывучэнні фізікі вы ўжо пазнаёміліся з вельмі важным паняццем — «матэрыя». ***Усё, што існуе ў навакольным свеце, і ёсць матэрыя.*** *У працэсе развіцця фізікі высветлілася, что матэрыя — гэта не толькі рэчыва (фізічныя целы і часціцы, з якіх яны складаюцца), але і фізічныя сілавыя палі: поле прыцягнення, электрычнае поле, магнітнае поле. Без уліку фізічных палёў карціна свету была б няпоўнай. На малюнку 2 паказана зорная сістэма, якая ўтрымліваецца ад распаду полем прыцягнення, а малюнак 3 паказвае, як магнітнае поле дзейнічае на жалезныя апілкі.*

У навакольным свеце ўсё безупынна змяняецца. І ў Сусвеце (**мегасвет**), і ў целах вакол нас **(макрасвет)**, і ў атамах і элементарных часціцах **(мікрасвет)** пастаянна адбываюцца розныя з'явы і розныя працэсы. Перамяшчаюцца нябесныя і зямныя целы, узнікаюць успышкі на Сонцы, змяняецца ціск і тэмпература паветра, адбываюцца хімічныя рэакцыі, растуць і развіваюцца жывыя арганізмы, распадаюцца радыеактыўныя ядры атамаў і г. д.



Мал. 2



Мал. 3

«Усё цячэ, усё змяняецца. Немагчыма два разы ўвайсці ў адну і тую ж раку» — гаварыў старажытнагрэчаскі філосаф Геракліт. Безупынныя змяненні, што адбываюцца ў навакольным свеце, — адно з асноўных уласцівасцей матэрыі.

Найбольш простай формай гэтых змяненняў з'яўляецца **механічны рух — змяненне становішча адных цел адносна іншых у прасторы з цягам часу.**

Навука, якая вывучае заканамернасці механічнага руху і прычыны, якія выклікаюць гэты рух, называецца механікай. Слова «механіка» паходзіць ад грэчаскага mekhanê — машына, прыстасаванне.

Навошта ж вывучаць механіку?

Па-першае, законы механікі надзвычай важныя для чалавечай дзейнасці. Ад сучасных фабрык і заводаў да навуковых лабараторый — усюды выкарыстоўваюцца розныя машыны і механізмы, якія выконваюць складаныя рухі (мал. 4). Без глыбокага разумення законаў механікі сканструяваць такія ўстройствы немагчыма. Выкарыстанне законаў механікі неабходна пры вырабе аўтамабіляў, караблёў, самалётаў, будаўніцтве дамоў, мастоў (мал. 5), пры складанні прагнозаў надвор'я, у касмічных даследаваннях. Разлікі, якія грунтуюцца на законах механікі, неабходныя і для дасягнення высокіх спартыўных рэзультатаў.

Па-другое, не абапіраючыся на законы механікі, немагчыма растлумачыць асноўныя фізічныя з'явы: цеплавыя, электрычныя, магнітныя, светлавыя і г. д. Усе яны суправаджаюцца механічнымі перамяшчэннямі часціц. Механіка — найважнейшае, першае звяно ўсёй фізікі, яе аснова.

Асноўнымі раздзеламі механікі з'яўляюцца **кінематыка,** якая адказвае на пытанне, **як** рухаюцца целы, і **дынаміка**, якая выяўляе **прычыны** руху і тлумачыць, **чаму** целы рухаюцца так, а не інакш.

Як было сказана, механічны рух — гэта перамяшчэнне адных цел адносна іншых у прасторы з цягам часу.



Мал. 4



Мал. 5

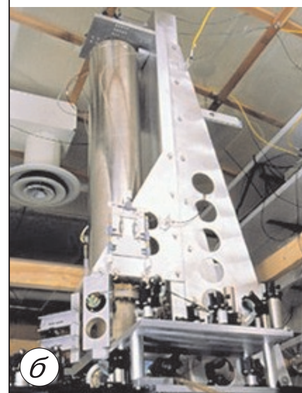
Паняцці **«прастора»** і **«час»** адыгрываюць у фізіцы выключна важную ролю. Усё, што існуе ў матэрыяльным свеце, існуе ў прасторы і ў часе.

Усякае цела займае пэўную частку прасторы і пэўнае месца ў адносінах да іншых цел. Электрычнае і іншыя палі таксама знаходзяцца ў тым або іншым абсягу прасторы. Уяўленні аб «чыстай» прасторы, па-за матэрыяй, пазбаўлены сэнсу. Мы можам меркаваць аб прасторы менавіта таму, што ў ёй існуюць фізічныя целы і палі.

Не мае сэнсу гаварыць і аб часе па-за матэрыяй. Час служыць для апісання змяненняў, якія адбываюцца ў матэрыяльным свеце. Адна падзея адбываецца раней (у больш ранні момант часу), другая — пазней, адна з'ява адбываецца працяглы час, другая — займае меншы прамежак часу.

Даць дакладнае азначэнне паняццяў прасторы і часу складана. Мы мяркуем аб іх з дапамогай нашых органаў пачуццяў і вымяральных прыбораў.


а


б

Мал. 6

Вымярэнне часу адбываецца з дапамогай гадзіннікаў (мал. 6, *а*), секундамераў, хронометраў. Сучасныя атамныя гадзіннікі (мал. 6, *б*) вымяраюць час з дакладнасцю 10^{-14} с. Такія гадзіннікі могуць спяшацца або спазняцца на 1 с не раней, чым праз тры мільёны гадоў!

Фізіка мае справу з прамежкамі часу ад надзвычай малых — 10^{-24} с (у ядзернай фізіцы) — да мільярдаў гадоў (у фізіцы космасу). Такі ж велізарны і дыяпазон адлегласцей — ад памераў ядзер (10^{-15} м) да памераў бачнай часткі Сусвету (10^{26} м).

Галоўныя вывады

1. Матэрыя — гэта рэчыва і фізічныя сілавыя палі. Матэрыя існуе ў прасторы і часе.

2. Механічны рух — гэта змяненне становішча цела ў прасторы адносна іншых цел з цягам часу.

3. Навука, якая вывучае заканамернасці механічнага руху і прычыны, якія яго выклікаюць, называецца механікай.

4. Кінематыка апісвае, як рухаюцца целы, а дынаміка выяўляе прычыны руху і тлумачыць, чаму целы рухаюцца менавіта так, а не інакш.

Кантрольныя пытанні

1. Што разумеюць пад матэрыяй у фізіцы?
2. У чым заключаецца адна з асноўных уласцівасцей матэрыі?
3. Ці можна гаварыць аб прасторы і часе па-за матэрыяй? Чаму?
4. Што такое механічны рух?
5. Што вывучае механіка? Кінематыка? Дынаміка?
6. Чаму для людзей важныя законы механікі? У якіх галінах чалавечай дзейнасці яны выкарыстоўваюцца?

§ 2. Скалярныя і вектарныя велічыні. Дзеянні над вектарамі

У курсе фізікі вам сустракаліся розныя фізічныя велічыні. Для вызначэння адных (масы, шляху, тэмпературы, аб'ёму і г. д.) дастаткова (пры зададзенай адзінцы вымярэння) ведаць толькі лікавае значэнне. Такія фізічныя велічыні называюцца ***скалярнымі.*** *Для вызначэння іншых гэтага недастаткова. Чаму?*

На малюнку 7 паказаны сілы F_1 і F_2. Іх лікавыя значэнні аднолькавыя, але вынікі іх дзеяння розныя. Сіла F_1 толькі павялічыла ціск санак на снег, а сіла F_2 прымусіла санкі рухацца. Значыць, для сілы важна ведаць не толькі лікавае значэнне, але і напрамак. Сіла — ***вектарная*** *велічыня.*

Вектарныя велічыні (вектары) характарызуюцца не толькі лікавым значэннем, але і напрамкам у прасторы.

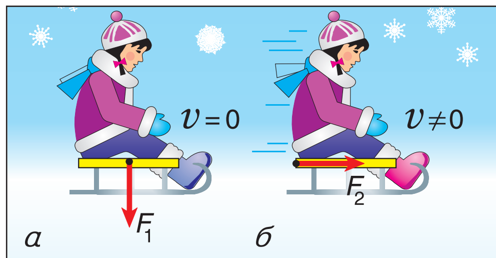
Вектарныя велічыні важныя не толькі ў механіцы. Без іх не абысціся і ў іншых раздзелах фізікі.

Што неабходна ведаць аб вектарах?

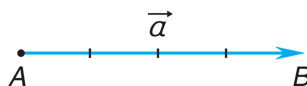
1. Вектар паказваюць у выглядзе накіраванага адрэзка (стрэлкі). Напрамак стрэлкі паказвае, куды накіраваны вектар, а яе даўжыня выражае ў пэўным маштабе яго лікавае значэнне (мал. 8).

Лікавае значэнне вектара называецца модулем. Модуль любога не роўнага нулю вектара — лік дадатны.

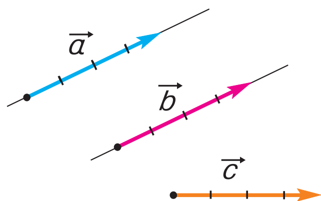
Вектар абазначаюць літарай, над якой пастаўлена стрэлка (напрыклад, $\vec{a}$),



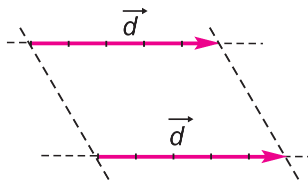
Мал. 7



Мал. 8



Мал. 9



Мал. 10

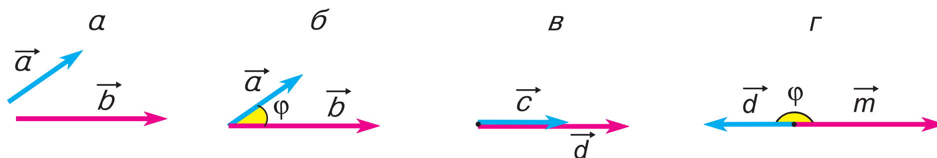
або літарай, вылучанай тлустым шрыфтам (***a***), або дзвюма літарамі са стрэлкай (напрыклад $\overrightarrow{AB}$, дзе A — *пачатак* вектара, B — *канец* вектара). Модуль вектара $\vec{a}$ абазначаюць літарай a або сімвалам $|\vec{a}|$.

На малюнку 8 $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $|\vec{a}| = |\overrightarrow{AB}| = a = 4$.

2. Вектары роўныя паміж сабой, калі роўныя іх модулі і аднолькавыя іх напрамкі. Роўныя вектары $(\vec{a} = \vec{b})$ ляжаць на паралельных прамых і накіраваны ў адзін і той жа бок (мал. 9). Адной толькі роўнасці модуляў для роўнасці вектараў недастаткова! На малюнку 9 модулі вектараў $\vec{a}$ і $\vec{c}$ роўныя ($a = c$), але вектары паміж сабой не роўныя $(\vec{a} \neq \vec{c})$.

Ці можна перамясціць вектар у прасторы (перанесці яго) і пры гэтым лічыць, што ён не змяніўся? Можна, калі пры пераносе не змяніўся ні модуль вектара, ні яго напрамак (мал. 10).

3. Вугал паміж вектарамі. Каб знайсці вугал φ паміж вектарамі (мал. 11, *а*), трэба сумясціць пачаткі гэтых вектараў (мал. 11, *б*). Калі напрамкі вектараў аднолькавыя, то $\varphi = 0$ (мал. 11, *в*), калі процілеглыя, то $\varphi = 180°$ (мал. 11, *г*).

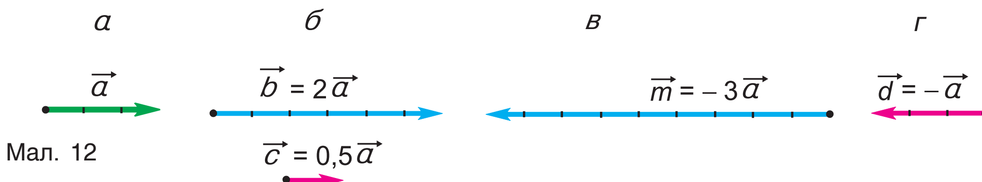


Мал. 11

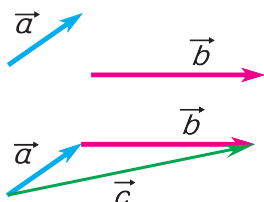
4. Правіла множання вектара на лік. Здабытак вектара $\vec{a}$ (мал. 12, *а*) на лік β ёсць вектар $\vec{b} = \beta\vec{a}$, які вызначаецца наступным чынам:

- яго модуль $b = |\beta| a$;
- яго напрамак пры $\beta > 0$ (мал. 12, *б*) супадае з напрамкам вектара $\vec{a}$, а пры $\beta < 0$ — процілеглы яму (мал. 12, *в, г*).

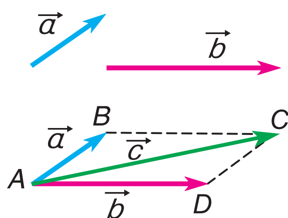
Вектар $\vec{d} = (-1) \cdot \vec{a} = -\vec{a}$ называецца **процілеглым** вектару $\vec{a}$ (мал. 12, *г*).



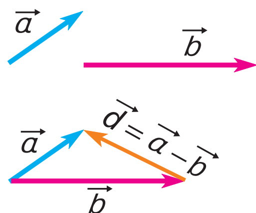
Мал. 12



Мал. 13



Мал. 14



Мал. 15

5. Правіла складання вектараў

а) **Правіла трохвугольніка**. Перанясём вектар $\vec{b}$ так, каб канец вектара $\vec{a}$ сумясціўся з пачаткам вектара $\vec{b}$ (мал. 13). Пасля гэтага правядзём вектар $\vec{c}$ з пачатку вектара $\vec{a}$ у канец вектара $\vec{b}$. Вектар $\vec{c}$ ёсць сума вектараў $\vec{a}$ і $\vec{b}$, г. зн. $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$.

Суму двух вектараў можна атрымаць і па іншым правіле.

б) **Правіла паралелаграма**. Сумясцім пачаткі вектараў $\vec{a}$ і $\vec{b}$ (мал. 14). Пабудуем паралелаграм *ABCD*, прымаючы вектары $\vec{a}$ і $\vec{b}$ за яго стораны. Вектар $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ супадае з адрэзкам *AC* — дыяганаллю паралелаграма, якая праходзіць праз агульны пачатак вектараў $\vec{a}$ і $\vec{b}$. Параўнаўшы малюнкі 13 і 14, лёгка зразумець, што абодва правілы прыводзяць да аднаго і таго ж выніку.

А як знайсці рознасць вектараў?

6. Правіла аднімання вектараў. Каб ад вектара $\vec{a}$ адняць вектар $\vec{b}$, трэба сумясціць пачаткі вектараў $\vec{a}$ і $\vec{b}$ і правесці вектар $\vec{d}$ з канца вектара $\vec{b}$, «які аднімаюць», у канец «памяншаемага» вектара $\vec{a}$ (мал. 15). Вектар $\vec{d}$ ёсць шуканая рознасць: $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$.

Той жа вынік атрымаецца, калі да вектара $\vec{a}$ прыбавіць вектар, процілеглы вектару $\vec{b}$. Такі спосаб знаходжання рознасці вектараў вельмі зручны. Праверце пабудаваннем, што $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$.

З малюнка 15 відаць, што калі $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$, то $\vec{a} = \vec{b} + \vec{d}$. Значыць, для вектараў, як і для лікаў, адніманне — гэта дзеянне, адваротнае складанню.

7. Модуль сумы вектараў. Яго можна знайсці геаметрычна. Напрыклад, модуль сумы вектараў $\vec{a}$ і $\vec{b}$ (гл. мал. 14) роўны даўжыні дыяганалі *AC* паралелаграма *ABCD* (даўжыні стараны *AC* трохвугольніка *ABC*).

Паколькі ў любым трохвугольніку даўжыня адной са старон мешая за суму даўжынь дзвюх другіх, з правіл вектарнага складання (гл. мал. 13, 14) вынікае: $|\vec{a} + \vec{b}| \leqslant |\vec{a}| + |\vec{b}|$ (модуль сумы любых двух вектараў не большы за суму іх модуляў).

Галоўныя вывады

1. Вектарныя велічыні характарызуюцца лікавым значэннем і напрамкам, скалярныя — толькі лікавым значэннем.

2. Суму двух вектараў можна знайсці па правілу трохвугольніка або паралелаграма.

3. Вектор, роўны рознасці двух вектараў, праводзяць з канца вектара, «які аднімаюць», у канец «памяншаемага» (пры сумешчаных пачатках гэтых вектараў).

4. Здабытак вектара $\vec{a}$ на лік β ёсць вектар $\vec{b} = \beta\vec{a}$, накіраваны, як вектар $\vec{a}$ пры $\beta > 0$, і процілеглы вектару $\vec{a}$ пры $\beta < 0$. Модуль вектара $\vec{b}$ роўны $|\beta|a$.

Кантрольныя пытанні

1. У чым заключаецца адрозненне паміж вектарнымі і скалярнымі велічынямі?
2. Якія з вядомых вам фізічных велічынь скалярныя, а якія — вектарныя?
3. У якім выпадку вектары $\vec{a}$ і $\vec{b} = \beta\vec{a}$ аднолькава накіраваны? Процілегла накіраваны?
4. Ці можа модуль вектара $\vec{b} = \beta\vec{a}$ быць меншым за модуль вектара $\vec{a}$? У якім выпадку?
5. Па якіх правілах знаходзяць суму вектараў?
6. Як знайсці рознасць двух вектараў? Як даказаць, што адніманне вектараў — дзеянне, адваротнае складанню?
7. Які сэнс мелі б вектары $\overrightarrow{BD}$ і $\overrightarrow{DB}$ на малюнку 14?

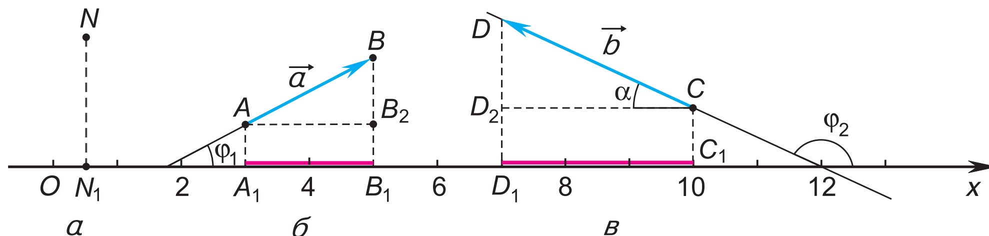


8. Калі сума модуляў двух вектараў большая за модуль іх вектарнай сумы? Калі роўная ёй?

§ 3. Праекцыя вектара на вось

*Вы ўжо ведаеце, што вектарную велічыню вызначаюць, задаючы яе модуль і напрамак. Ёсць і іншы спосаб вызначэння вектара — праз яго **праекцыі** на восі сістэмы каардынат. Ён шырока выкарыстоўваецца ў фізіцы. Што такое **праекцыя вектара на вось**? Як, ведаючы модуль і напрамак вектара, знайсці яго праекцыю на вось? Як, ведаючы праекцыі вектара на каардынатныя восі, вызначыць яго напрамак і модуль?*

Пачнём з паняцця праекцыі **пункта** на вось. **Праекцыя пункта — гэта аснова перпендыкуляра, праведзенага з гэтага пункта на вось.** На малюнку 16



Мал. 16

праекцыяй пункта N на вось Ox з'яўляецца пункт N_1, праекцыяй пункта A — пункт A_1 і г. д.

А што ўяўляе сабой праекцыя **вектара** на вось?

Праекцыя вектара на вось — гэта даўжыня адрэзка, які знаходзіцца паміж праекцыямі пачатку і канца вектара на гэту вось, узятая са знакам « + » або « – ». Знак « + » трэба браць, калі вугал паміж вектарам і воссю востры (гл. мал. 16, *б*), знак « – » — калі вугал тупы (гл. мал. 16, *в*).

Праекцыю вектара будзем абазначаць той самай літарай, што і вектар, але без стрэлкі і з індэксам унізе (напрыклад, a_x — праекцыя вектара $\vec{a}$ на вось Ox).

На малюнку 16 вугал паміж вектарам $\vec{a}$ і воссю Ox востры $\left(\varphi_1 < \frac{\pi}{2}\right)$, а паміж вектарам $\vec{b}$ і той самай воссю — тупы $\left(\varphi_2 > \frac{\pi}{2}\right)$. Таму праекцыя вектара $\vec{a}$ на вось Ox дадатная $(a_x = +A_1B_1 = 2 > 0)$, а праекцыя вектара $\vec{b}$ — адмоўная $(b_x = -C_1D_1 = -3 < 0)$.

А калі вектар перпендыкулярны да восі? У гэтым выпадку праекцыя вектара роўна нулю (мал. 17).

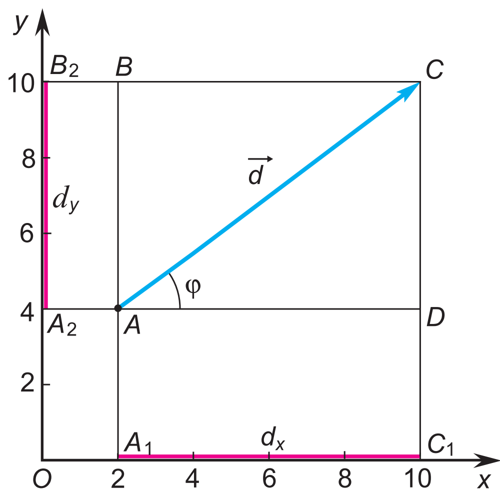
Мал. 17

З трохвугольніка ABB_2 (гл. мал. 16) лёгка выразіць праекцыю вектара $\vec{a}$ на вось Ox праз яго модуль і вугал паміж вектарам і воссю:

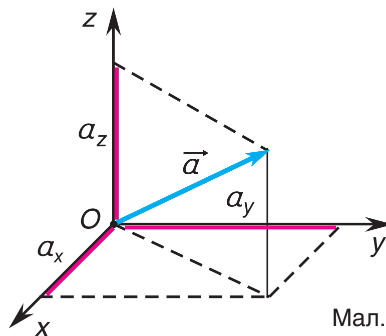
$$a_x = a\cos\varphi_1. \qquad (1)$$

Праекцыю b_x знойдзем з трохвугольніка DCD_2: $b_x = -D_2C = -b\cos\alpha = -b\cos(180° - \varphi_2) = b\cos\varphi_2$. Такім чынам, **праекцыя вектара на вось роўна здабытку яго модуля на косінус вугла паміж вектарам і воссю.**

Па формуле (1) можна знайсці праекцыю вектара на любую вось, ведаючы яго модуль і напрамак. А ці можна знайсці модуль і напрамак вектара па яго праекцыях на каардынатныя восі?



Мал. 18



Мал. 19

Разгледзім вектар $\vec{d} = \overrightarrow{AC}$, які ляжыць у плоскасці xOy (мал. 18). Яго праекцыі на восі Ox і Oy лёгка вызначыць з малюнка 18: $d_x = A_1C_1 = 8$, $d_y = A_2B_2 = 6$. З трохвугольніка ACD па тэарэме Піфагора знаходзім модуль вектара $\vec{d}$: $d = \sqrt{d_x^2 + d_y^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$. Падзяліўшы AD на AC, атрымліваем: $\cos\varphi = \frac{d_x}{d} = \frac{8}{10} = 0{,}8$. Па значэнні косінуса можна знайсці вугал φ, які вызначае напрамак вектара $\vec{d}$. У дадзеным прыкладзе $\varphi = \arccos 0{,}8 \approx 37°$.

Такім чынам, **вектар, які ляжыць у зададзенай плоскасці, цалкам вызначаецца дзвюма сваімі праекцыямі на восі каардынат.**

Вектар, адвольна накіраваны ў прасторы, цалкам вызначаецца **трыма** праекцыямі (мал. 19).

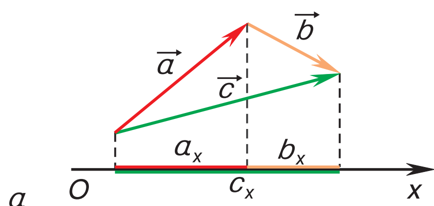
Звернем увагу на дзве важныя ўласцівасці праекцый.

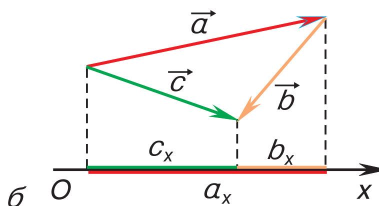
1. Праекцыя вектара роўна рознасці каардынат канца і пачатку вектара.

На малюнку 16 $a_x = x_B - x_A = 5 - 3 = 2$, $b_x = x_D - x_C = 7 - 10 = -3$. Праверце самастойна, што гэта ўласцівасць выконваецца і для праекцый вектара $\vec{d}$ на малюнку 18.

2. Праекцыя сумы вектараў на любую вось роўна суме іх праекцый на тую ж вось.

Выкарыстоўваючы малюнак 20, *а*, *б*, праверце, што з суадносіны $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ вынікае суадносіна $c_x = a_x + b_x$. Пры праверцы не забывайце аб знаках праекцый.





Мал. 20

Галоўныя вывады

1. Праекцыя вектара на вось — гэта даўжыня адрэзка, які знаходзіцца паміж праекцыямі пачатку і канца вектара на гэту вось, узятая са знакам « + » або « – ».

2. Калі вугал паміж вектарам і воссю востры, то яго праекцыя на гэту вось дадатная, калі вугал тупы — адмоўная, калі вугал прамы — роўна нулю.

3. Праекцыя вектара на вось роўна здабытку яго модуля на косінус вугла паміж вектарам і воссю.

4. Праекцыя вектара роўна рознасці каардынат канца і пачатку вектара.

5. Вектар можна вызначыць, задаючы яго модуль і напрамак або задаючы яго праекцыі на восі каардынат.

6. Праекцыя сумы вектараў на любую вось роўна суме іх праекцый на тую ж вось.

Кантрольныя пытанні

1. Што такое праекцыя пункта на вось? Праекцыя вектара на вось?
2. Калі праекцыя вектара на вось: а) роўна нулю; б) дадатная; в) адмоўная?
3. Як знайсці праекцыю вектара на вось, ведаючы яго модуль і вугал паміж вектарам і воссю?



4. Пры якім значэнні вугла паміж вектарам і воссю яго праекцыя будзе: а) максімальнай; б) мінімальнай?
5. Як знайсці праекцыю вектара на вось, ведаючы каардынаты канца і пачатку вектара?
6. Як знайсці модуль і напрамак вектара па яго праекцыях на каардынатныя восі?

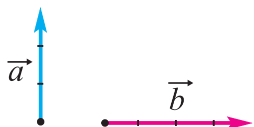


7. Ці роўна праекцыя рознасці двух вектараў на вось рознасці праекцый гэтых вектараў на тую ж вось? Растлумачце адказ з дапамогай чарцяжа.

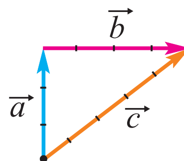
Прыклады рашэння задач

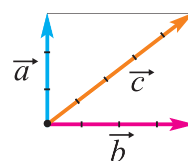
1. Вызначце суму і рознасць узаемна перпендыкулярных вектараў $\vec{a}$ і $\vec{b}$ (мал. 21). Знайдзіце модулі вектараў сумы $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ і рознасці $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$.

Р а ш э н н е. Знойдзем суму вектараў: $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ па правіле трохвугольніка (мал. 22, *а*) або паралелаграма (мал. 22, *б*). Знойдзем модуль вектара $\vec{c}$.

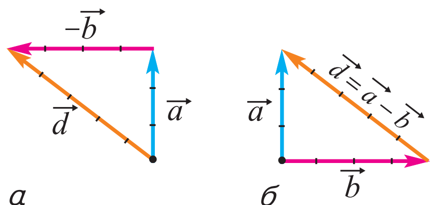


Мал. 21





Мал. 22 *а* *б*



Мал. 23

Мал. 24

Улічваючы, што вектары $\vec{a}$ і $\vec{b}$ узаемна перпендыкулярныя, атрымаем: $c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$. Рознасць вектараў $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$ вызначым шляхам складання вектара $\vec{a}$ з вектарам $-\vec{b}$ (мал. 23, *а*) або па правіле аднімання вектараў (мал. 23, *б*).

Модуль вектара $\vec{d}$ роўны $d = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

Адказ: $c = 5$, $d = 5$.

2. Вызначце праекцыі на каардынатныя восі Ox і Oy вектара сумы $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ (мал. 24).

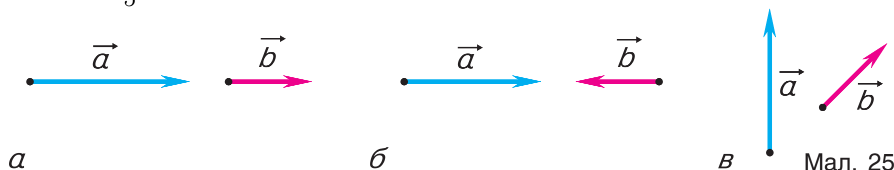
Рашэнне. З дапамогай малюнка 24 знаходзім праекцыі вектараў $\vec{a}$, $\vec{b}$ і вектара іх сумы $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ на восі Ox і Oy: $a_x = 2$, $a_y = 4$, $b_x = 4$, $b_y = -2$, $c_x = 6$, $c_y = 2$. Складзём праекцыі вектараў $\vec{a}$ і $\vec{b}$ на гэтыя восі: $a_x + b_x = 2 + 4 = 6$, $a_y + b_y = 4 - 2 = 2$. Мы пераканаліся, што $c_x = a_x + b_x$, $c_y = a_y + b_y$: праекцыі вектара сумы роўны суме праекцый вектараў, што складаюцца, на тыя ж каардынатныя восі.

Адказ: $c_x = 6$, $c_y = 2$.

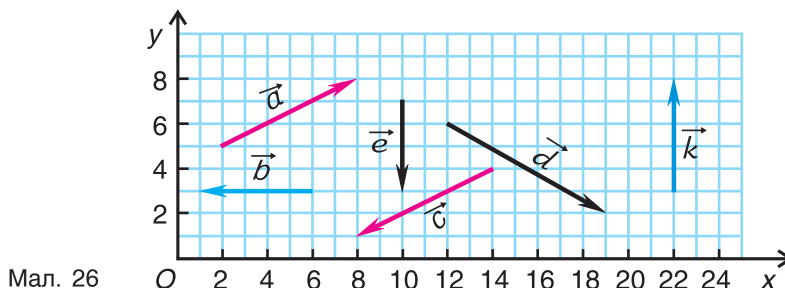
Практыкаванне 1

1. Пабудуйце вектары $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{a} - \vec{b}$ і $\vec{b} - \vec{a}$ для кожнай пары вектараў $\vec{a}$ і $\vec{b}$, паказаных на малюнку 25 *а, б, в*.

2. Для некаторага вектара $\vec{a}$, модуль якога роўны 5, пабудуйце вектары: $4\vec{a}$; $0{,}2\vec{a}$; $-3\vec{a}$; $-\frac{\vec{a}}{5}$.



Мал. 25



Мал. 26

3. Знайдзіце праекцыі вектараў (мал. 26) на каардынатныя восі Ox і Oy.

4. Пабудуйце суму вектараў $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}$ і рознасць $\alpha\vec{a} - \beta\vec{b}$, калі: 1) $\alpha = 2$, $\beta = 4$; 2) $\alpha = -2$, $\beta = 0{,}5$. Вектар $\vec{a}$ перпендыкулярны да вектара $\vec{b}$. Модулі $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 4$.

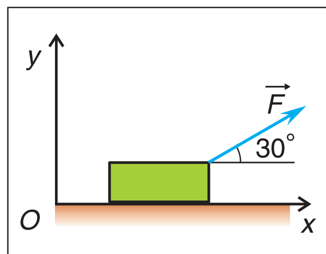


5. Вектар $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ і вектар $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$ узаемна перпендыкулярныя. Начарціце чарцёж. Знайдзіце суадносіну паміж модулямі вектараў $\vec{a}$ і $\vec{b}$.

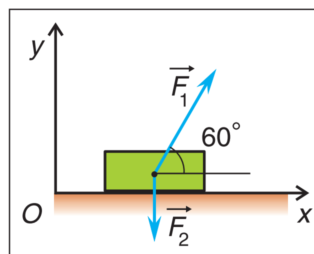
6. Сіла $\vec{F}$, прыкладзеная да цела, накіравана пад вуглом $\alpha = 30°$ да гарызантальнай паверхні (мал. 27). Модуль гэтай сілы $F = 60$ Н. Знайдзіце праекцыі сілы $\vec{F}$ на восі Ox і Oy.

7. Да цела прыкладзены дзве сілы: $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$ (мал. 28). Модуль $F_1 = 10$ Н, $F_2 = 6$ Н. Вугал $\alpha = 60°$. Знайдзіце: а) вектарную суму $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$; б) вектары рознасці гэтых сіл: $\vec{F}_{21} = \vec{F}_2 - \vec{F}_1$ і $\vec{F}_{12} = \vec{F}_1 - \vec{F}_2$. Начарціце чарцёж.

8. Для кожнага з вектараў $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}$, $\vec{F}_{21}$ і $\vec{F}_{12}$ папярэдняй задачы (гл. мал. 28) знайдзіце праекцыі на восі Ox і Oy



Мал. 27



Мал. 28

1 Кінематыка

Ці можа ваша перамяшчэнне быць роўным нулю, калі вы прайшлі дастаткова вялікі шлях?

Як, седзячы ў вагоне цягніка, які рухаецца, вызначыць скорасць яго руху?

Што лягчэй зрабіць плыўцу, які апынуўся побач з плытом, што плыве па рацэ: апярэдзіць яго на 20 м ці адстаць на 20 м?



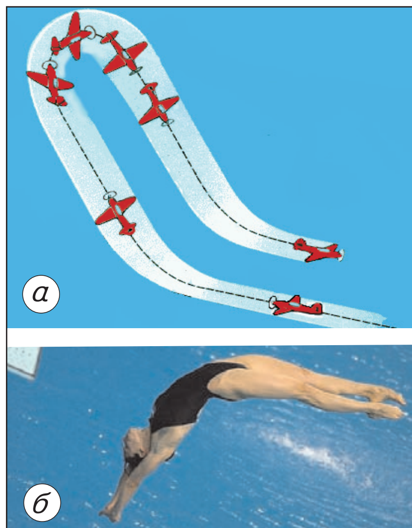
§ 4. Віды механічнага руху. Задача кінематыкі

Вывучаць механіку пачынаюць з раздзела, які называецца ***кінематыкай.*** *Кінематыка апісвае,* ***як*** *рухаюцца целы. Веданне законаў кінематыкі неабходна не толькі для вывучэння дынамікі. Паняцці кінематыкі складаюць аснову ўсёй фізікі. Якія ж задачы рашае кінематыка? Якімі метадамі?*

Гаворачы, што аўтамабіль спачатку ехаў прама, затым павярнуў направа і неўзабаве спыніўся, мы словамі якасна апісваем тое, як рухаўся аўтамабіль. У фізіцы вывучаюцца колькасныя заканамернасці з'яў. Апісанне механічнага руху таксама павінна быць колькасным. Як апісаць рух аўтамабіля (і іншых цел) з дастатковай дакладнасцю? Для гэтага трэба вывучаць кінематыку.

Задача кінематыкі заключаецца ў тым, каб даць метады матэматычна строгага, колькаснага апісання руху цел і вызначыць узаемасувязі паміж велічынямі, якія характарызуюць рух.

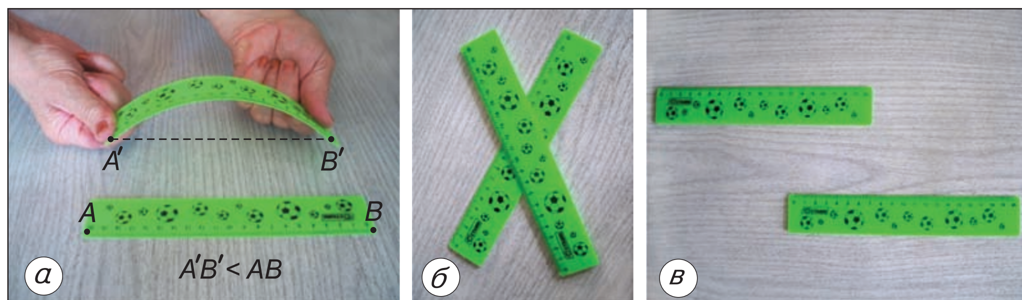
З такімі кінематычнымі паняццямі і велічынямі, як **траекторыя, скорасць, пройдзены шлях**, вы пазнаёміліся яшчэ ў 7-м класе. Але гэтага недастаткова. Рух рэальных цел можа быць надзвычай складаным. Паназірайце за самалётам, які выконвае фігуру вышэйшага пілатажу (мал. 29, *а*), або за чалавекам, які выконвае скачок у ваду (мал. 29, *б*). Ці можна нагул дакладна апісаць іх рухі? Для гэтага трэба было б прасачыць за рухам кожнага пункта гэтых аб'ектаў. Рашыць такую задачу практычна немагчыма. Як жа разабрацца з такімі складанымі рухамі?



Мал. 29

Пачнём з таго, што кожнае рэальнае цела ў любы момант часу валодае некаторай геаметрычнай **формай**, пэўным чынам **арыентавана ў прасторы** і займае ў ёй пэўнае **месца**.

Правядзём дослед са звычайнай лінейкай. Лінейку можна сагнуць (змяніць яе форму) (мал. 30, *а*), лінейку можна павярнуць (змяніць яе арыентацыю ў прасторы) (мал. 30, *б*), і, нарэшце, лінейку можна перанесці ў другое месца без змянення формы і арыентацыі (мал. 30, *в*).



Мал. 30

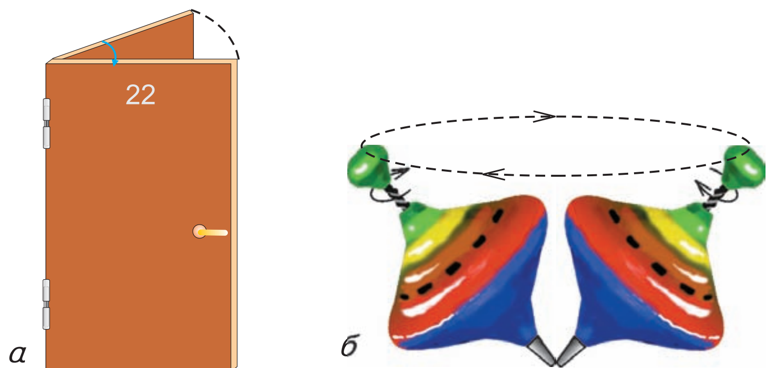
Значыць, і **форма**, і **арыентацыя** ў прасторы, і **месцазнаходжанне** цела з цягам часу **могуць змяняцца**.

Змяненне формы і (або) аб'ёму цела называецца *дэфармацыяй* цела (ад лац. deformatio — скажэнне). Пры дэфармацыі цела змяняюцца адлегласці паміж яго пунктамі (гл. мал. 30, *а*).

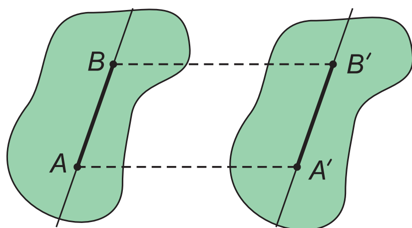
Усе целы ў той ці іншай ступені дэфармуюцца. Дэфармаваць адны целы вельмі лёгка (расцягнуць спружыну, сагнуць лінейку, скамячыць кавалак пластыліну). Дэфармацыю другіх (стальнога шарыка, кавалка граніту) цяжка нават заўважыць, але яе можна правесці і вымераць спецыяльнымі метадамі. Вывучэнне дэфармацыі вельмі важна для практыкі. У § 22 мы разгледзім асноўныя віды дэфармацыі.

Змяненне арыентацыі цела ў прасторы называецца паваротам, а рух, які пры гэтым адбываецца, — *вярчальным* рухам цела.

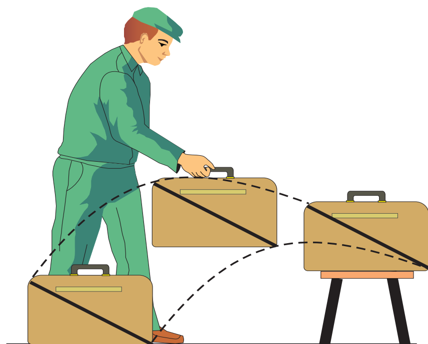
Самы просты выпадак вярчальнага руху — вярчэнне вакол нерухомай восі (паварот адчыняемых дзвярэй (мал. 31), вярчэнне дыску ў дыскаводзе і г. д.). У больш складаных выпадках — рух самалёта (гл. мал. 29), ваўчка (мал. 31, *б*) —



Мал. 31



Мал. 32



Мал. 33

вярчэнне адбываецца вакол восі, якая таксама безупынна змяняе свой напрамак у прасторы. У § 14 мы разгледзім вярчэнне абсалютна цвёрдага цела вакол нерухомай восі.

Калі рух адбываецца без дэфармацыі і павароту цела, то яго называюць *паступальным*. Пры паступальным руху прамая, якая праходзіць праз любыя два пункты цела, застаецца паралельнай свайму першапачатковаму становішчу (мал. 32).

Паступальны рух можа быць як прамалінейным, так і крывалінейным (мал. 33). Траекторыі пунктаў цела, якое рухаецца паступальна, аднолькавыя паміж сабой — кожны пункт паўтарае рух любога другога пункта цела з некаторым пастаянным зрушэннем.

У агульным выпадку рух цела ўяўляе сабой рэзультат складання трох рухаў: дэфармацыі, вярчэння і паступальнага руху.

У кінематыцы распрацаваны метады апісання кожнага з гэтых рухаў.

У многіх задачах дэфармацыю цела можна не прымаць да ўвагі. У такіх выпадках можна выкарыстаць **мадэль абсалютна цвёрдага цела — уяўнага цела, адлегласць паміж любымі пунктамі якога не змяняецца.**

Паколькі абсалютна цвёрдае цела не дэфармуецца, яго рух зводзіцца да паступальнага перамяшчэння і вярчэння. Апісаць такі рух таксама не проста, але шмат лягчэй, чым рух цел, якія дэфармуюцца. Цяпер не трэба сачыць за кожным пунктам цела. Дастаткова ведаць, як рухаецца адзін з іх і як адбываецца вярчальны рух цела.

Калі дэфармацыі і вярчэнне цела можна не прымаць у разлік (або яны нас у дадзенай задачы не цікавяць), то дастаткова разгледзець толькі паступальны рух цела. Паколькі пры паступальным руху ўсе пункты цела рухаюцца аднолькава, то вывучэнне яго руху зводзіцца да вывучэння руху аднаго пункта. У такіх выпадках шырока выкарыстоўваюць мадэль *матэрыяльнага пункта*.

Матэрыяльным пунктам называюць цела, памеры якога ў разглядаемай задачы можна не прымаць у разлік.

Менавіта ад пастаўленай задачы залежыць, ці можна лічыць дадзенае рэальнае цела матэрыяльным пунктам. Так, калі нас цікавіць рух крылаў ма-

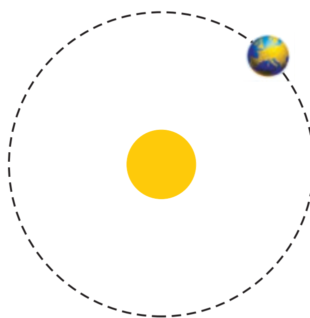
тылька (мал. 34), яго нельга разглядаць як матэрыяльны пункт. У той жа час, зямны шар можна лічыць матэрыяльным пунктам, калі цікавіцца толькі рухам Зямлі па арбіце вакол Сонца (мал. 35), а не вярчэннем Зямлі вакол сваёй восі.



Мал. 34

Гаварыць аб дэфармацыі і аб вярчэнні матэрыяльнага пункта вакол восі, якая праходзіць праз яго, не мае сэнсу. **Рух матэрыяльнага пункта цалкам вызначаны, калі задана яго траекторыя і вядома, у якім пункце траекторыі ён знаходзіцца ў кожны момант часу.**

Законы руху матэрыяльных пунктаў служаць падставай для вывучэння руху макраскапічных цел.



Мал. 35

Не трэба забываць, што матэрыяльны пункт — гэта толькі мадэль рэальнага цела. Рэальных аб'ектаў, якія паводзілі б сябе дакладна гэтак жа, як матэрыяльны пункт, не існуе ні ў макрасвеце, ні ў мікрасвеце. У макрасвеце — таму што ўсе макраскапічныя целы маюць працягласць, могуць дэфармавацца і вярцецца. У мікрасвеце — таму што *мікрачасціцы наогул не рухаюцца па пэўнай траекторыі*. Да гэтай нечаканай высновы фізікі прыйшлі, аналізуючы рэзультаты доследаў з мікрачасціцамі і стварыўшы (да 1930 г.) тэорыю, здольную растлумачыць гэтыя рэзультаты, — *квантавую механіку*.

Галоўныя вывады

1. Змяненне формы і (або) аб'ёму цела называецца дэфармацыяй цела.
2. Працэс змянення арыентацыі цела ў прасторы называецца вярчальным рухам цела.
3. Рух цела, пры якім яно не дэфармуецца і не верціцца, называецца паступальным. Пры такім руху прамая, якая праходзіць праз любыя два пункты цела, застаецца паралельнай свайму першапачатковаму становішчу.
4. Рух цела ўяўляе сабой рэзультат складання трох рухаў: дэфармацыі, вярчэння і паступальнага перамяшчэння.
5. Матэматычна строгае апісанне механічнага руху цел — асноўная задача кінематыкі.

Кантрольныя пытанні

1. Што такое дэфармацыя?
2. Што такое абсалютна цвёрдае цела? Пры якіх умовах рэальнае цела можна разглядаць як абсалютна цвёрдае?
3. Які рух называюць вярчальным? Паступальным?
4. Ці можа паступальны рух быць крывалінейным?
5. Пры якіх умовах рэальнае цела можна разглядаць як матэрыяльны пункт? Прывядзіце прыклады, у якіх цела можна прыняць за матэрыяльны пункт і ў якіх гэтага рабіць нельга.

§ 5. Адноснасць руху. Сістэма адліку

Вы седзіце ў крэсле самалёта, які ляціць са скорасцю $v = 900\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$. *Рухаецеся вы ці знаходзіцеся ў спакоі? Адзін назіральнік адкажа, што вы рухаецеся з вялікай скорасцю, а другі — што вы знаходзіцеся ў стане спакою. Хто з іх мае рацыю?*

Абодва маюць рацыю. Адносна Зямлі вы рухаецеся, а адносна самалёта — знаходзіцеся ў стане спакою.

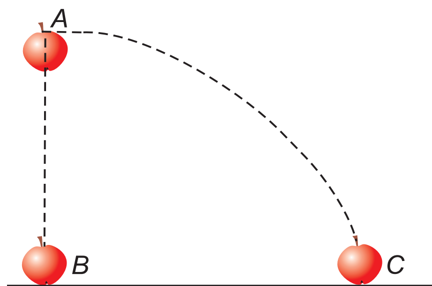
Цела, адносна якога разглядаецца рух іншых аб'ектаў, называецца целам адліку. Цела адліку ўмоўна прымаецца за нерухомае.

Калі ў разгледжаным прыкладзе за цела адліку прынята Зямля, то самалёт і яго пасажыры — аб'екты, якія рухаюцца. Калі за цела адліку прыняты самалёт, то пасажыры, якія сядзяць у крэслах, знаходзяцца ў стане спакою, а Зямля — у стане руху.

Паняцці або велічыні, якія залежаць ад выбару цела адліку, называюць адноснымі.

«Стан спакою» і «стан руху» — **паняцці адносныя**.

А ці адносныя характарыстыкі руху: скорасць, траекторыя, шлях?



Мал. 36

У разгледжаным прыкладзе скорасць руху авіяпасажыра адносна Зямлі роўна $900\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$, а адносна самалёта — нулю. Значыць, скорасць — велічыня адносная.

Разгледзім другі прыклад. Мы знаходзімся ў вагоне поезда, які рухаецца з пастаяннай скорасцю па прамалінейным участку дарогі. Station назіраем за траекторыяй руху яблыка, які падае з верхняй лаўкі. Адносна пасажыраў у вагоне поезда траекторыя яб-

лыка — гэта вертыкальная прамая *AB* (мал 36). А якая ж траекторыя яблыка адносна чалавека, які стаіць на платформе, міма якога праязджае поезд? Для яго траекторыя яблыка — гэта лінія *AC* (гл. мал. 36). Адносна платформы рух яблыка крывалінейны. Значыць, траекторыя руху цела — паняцце адноснае. Адносныя і паняцці «прамалінейны рух» і «крывалінейны рух».

А ці будзе адносны шлях? Лёгка падлічыць, што калі за цела адліку прынята Зямля, то ў першым прыкладзе шлях авіяпасажыра за адну мінуту палёту роўны 15 км. Калі ж за цела адліку прыняты самалёт, то шлях авіяпасажыра роўны нулю. Звернемся да другога прыкладу. Калі целам адліку з'яўляецца вагон, то шлях яблыка за час падзення роўны даўжыні адрэзка прамой *AB* (гл. мал. 36). Калі ж за цела адліку прынята платформа, то шлях, пройдзены яблыкам за гэты час, значна большы: ён роўны даўжыні крывой *AC*. Такім чынам, шлях — велічыня адносная.

Паняцці спакою і руху і асноўныя характарысткі руху з'яўляюцца адноснымі. Яны залежаць ад выбару цела адліку.

Няхай цела адліку выбрана. Што яшчэ неабходна для апісання руху разглядаемага аб'екта (яблыка, самалёта, ракеты і г. д.) адносна выбранага цела адліку? Успомнім, што механічны рух — гэта змяненне становішча аб'екта ў прасторы з цягам часу. Значыць, цела адліку трэба дапоўніць устройствамі для вызначэння становішча аб'ектаў, якія рухаюцца, і для вымярэння часу руху.

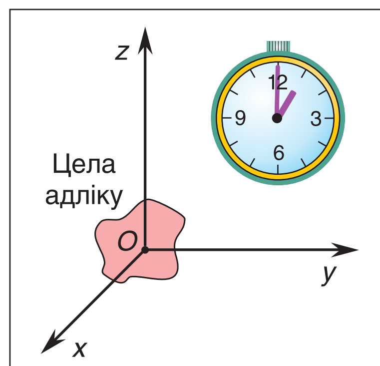


Мал. 37

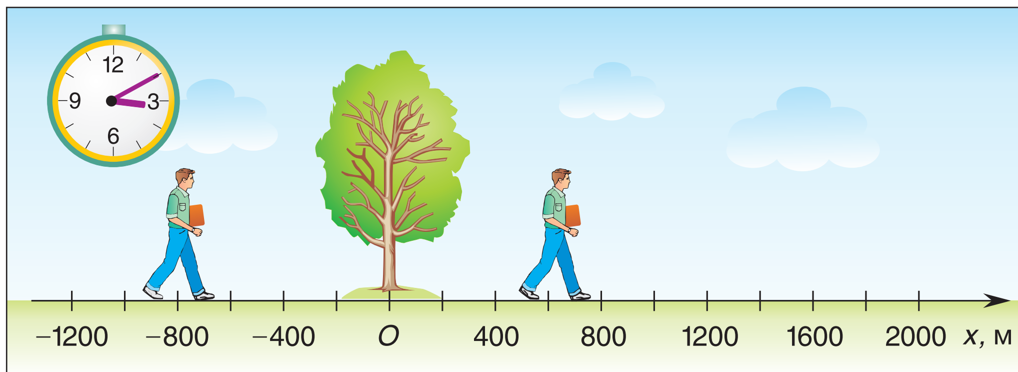
Напрыклад, для таго каб сачыць за рухам самалётаў адносна Зямлі, выкарыстоўваюць радыёлакацыйныя станцыі. Яны абсталяваны ўстаноўкамі для вызначэння становішча аб'ектаў — радарамі і апаратурай для вымярэння часу (мал. 37).

Цела адліку, забяспечанае ўстройствамі для вызначэння становішча іншых цел і для вымярэння часу, называецца сістэмай адліку.

Мадэллю сістэмы адліку можа быць цела адліку, з якім жорстка звязана сістэма каардынатных восей (мал. 38), і гадзіннік.



Мал. 38

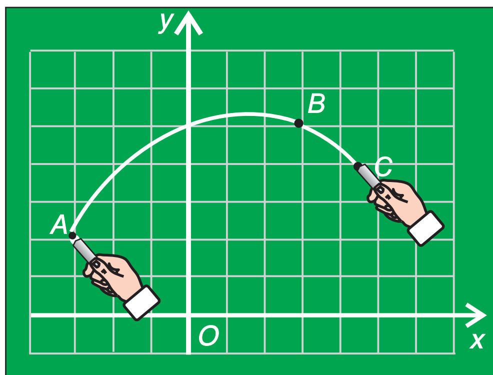


Мал. 39

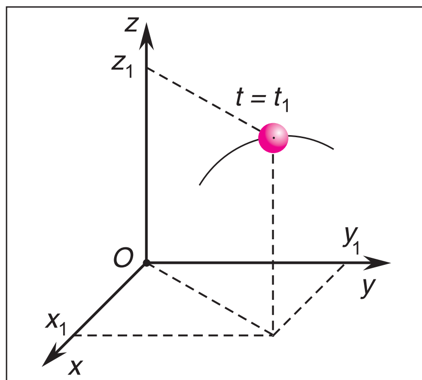
Пакажам на прыкладах, як з дапамогай сістэмы адліку апісваецца рух цел (разглядаемых як матэрыяльныя пункты).

Прыклад 1. Рух пешахода па прамалінейным участку дарогі. У гэтым прыкладзе за цела адліку выбрана Зямля, а вось каардынат *Ox* накіравана ўздоўж разглядаемага ўчастка ўправа (мал. 39). За пачатак каардынат узяты пункт *O* каля ствала дрэва. У момант часу $t_1 = 3$ г 10 мін становішча пешахода вызначалася значэннем каардынаты $x_1 = -800$ м. Калі за 40 мін пешаход пройдзе 1400 м, то ў момант $t_2 = 3$ г 50 мін яго каардыната будзе роўна $x_2 = 600$ м і г. д. Такім чынам, для апісання руху цела па прамой дастаткова для кожнага моманту часу паказаць значэнне адной каардынаты.

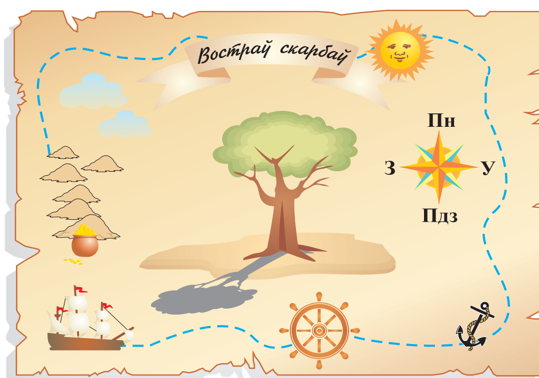
Прыклад 2. Рух кавалка крэйды па школьнай дошцы (мал. 40). Гэта рух па плоскасці. Для таго каб вызначыць становішча кавалка крэйды на плоскасці, адной каардынаты недастаткова. Неабходна выкарыстаць дзве каардынатныя восі *Ox* і *Oy* (гл. мал. 42). У пачатковы момант $t_1 = 0$ каардынаты кавалка крэйды былі: $x_1 = -3$ дм, $y_1 = 2$ дм (пункт *A*), а праз некаторы час (напрыклад, у момант $t_2 = 3$ с) яны мелі значэнне $x_2 = 3$ дм, $y_2 = 5$ дм (пункт *B*) і г. д. Значыць, для апісання руху цела ў зададзенай плоскасці трэба выкарыстоўваць дзве каардынатныя восі, і ў кожны момант часу ведаць дзве каардынаты цела, якое рухаецца.



Мал. 40



Мал. 41



Мал. 42

Прыклад 3. Рух цела ў прасторы (мяча, птушкі, ракеты). У гэтым выпадку сістэма адліку павінна мець тры восі, напрыклад *Ox*, *Oy*, *Oz* (мал. 41). Для апісання руху трэба ведаць тры каардынаты цела (x, y, z) у кожны момант часу.

Галоўныя вывады

1. Рух і спакой — паняцці адносныя. Асноўныя характарыстыкі механічнага руху залежаць ад выбару сістэмы адліку.
2. Цела адліку — гэта цела, адносна якога разглядаецца рух іншых аб'ектаў.
3. Цела адліку, звязаная з ім сістэма каардынат і гадзіннік утвараюць сістэму адліку.
4. У дадзенай сістэме адліку становішча матэрыяльнага пункта вызначаецца яго каардынатамі.

Кантрольныя пытанні

1. Як разумець сцвярджэнне: «Механічны рух адносны»?
2. Што такое цела адліку?
3. Што разумеюць пад сістэмай адліку?
4. Чым вызначаецца выбар сістэмы каардынат? Растлумачце на прыкладах.



5. У рамане Р. Стывенсана «Востраў скарбаў» легендарны пірат капітан Флінт закапаў на востраве скрынку з незлічонымі скарбамі і пакінуў карту з такім апісаннем: «Высокае дрэва на плячы Падзорнай гары. Напрамак — ад дрэва па ценю ў поўдзень (мал. 42). Прайсці сто футаў. Павярнуць на захад. Прайсці дзесяць сажаняў. Капаць на глыбіню пяцьдзесят вяршкоў». Выберыце цела адліку і сістэму каардынат. Начарціце чарцёж. Знайдзіце каардынаты скарба. У к а з а н н е: 1 фут = 30,5 см, 1 сажань = 213,4 см, 1 вяршок = 44,5 мм.

§ 6. Шлях і перамяшчэнне



Мал. 43

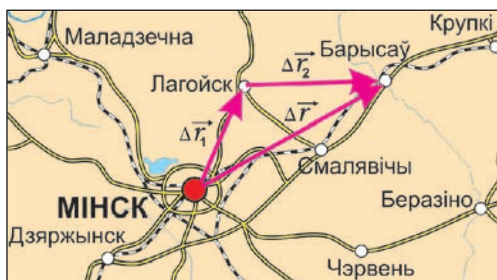
Аўтобус з футбольнымі балельшчыкамі адправіўся з плошчы Незалежнасці г. Мінска ў 9 гадзін. Дзе апынуўся аўтобус у 11 гадзін, калі за дзве гадзіны ён прайшоў шлях s = 96 км?

Зразумела, што ў 11 гадзін аўтобус мог быць у пункце, аддаленым ад Мінска не больш чым на 96 км. Ён мог прыбыць у Стоўбцы, Беразіно, Капыль (мал. 43). Не выключана, што аўтобус да 11 гадзін ужо вярнуўся ў Мінск. Ведаць пачатковы пункт і пройдзены шлях для вызначэння канчатковага становішча цела недастаткова.

Каб знайсці становішча цела ў разглядаемы момант часу, трэба ведаць і пачатковае становішча цела, і пройдзены шлях, і траекторыю руху. На малюнку 44 паказана, што траекторыя руху аўтобуса праходзіла па аўтамагістралі да Лагойска (дзе да мінчан далучыліся мясцовыя балельшчыкі), а затым па шашы ў напрамку да Барысава. Адлічыўшы ўздоўж траекторыі 96 км ад пачатковага пункта маршруту, мы пераканаемся, што да 11 гадзін аўтобус прыбыў у Барысаў.

А як, ведаючы пачатковае становішча цела, знайсці яго становішча ў любы момант часу, калі невядомы ні яго траекторыя, ні пройдзены ім шлях? Для гэтага трэба вызначыць велічыню, называемую **перамяшчэннем**. Што разумеюць у кінематыцы пад перамяшчэннем, якое выканала цела за некаторы прамежак часу?

Перамяшчэнне — гэта вектар, які злучае пачатковае становішча цела (матэрыяльнага пункта) з яго становішчам у канцы разглядаемага прамежку часу. Абазначаецца перамяшчэнне сімвалам $\Delta\vec{r}$.



Мал. 44

На малюнку 46 вектар $\Delta\vec{r} = \overrightarrow{МБ}$ — гэта перамяшчэнне аўтобуса за прамежак часу $\Delta t = 2$ г (з 9 г да 11 г). Вектар $\overrightarrow{МБ}$ праведзены з пункта М (плошча Незалежнасці г. Мінска) у пункт Б

(стадыён у г. Барысаве). Вектар $\Delta\vec{r}_1 = \overrightarrow{МЛ}$ — гэта перамяшчэнне аўтобуса з Мінска ў Лагойск, а вектар $\Delta\vec{r}_2 = \overrightarrow{ЛБ}$ — з Лагойска ў Барысаў.

З малюнка зразумела: каб знайсці канчатковае становішча цела, дастаткова з пункта, які характарызуе яго пачатковае становішча, правесці вектар перамяшчэння $\Delta\vec{r}$. Канец гэтага вектара пакажа становішча цела ў канцы разглядаемага прамежку часу.

Ці можна параўноўваць шлях, пройдзены целам, з яго перамяшчэннем? Нельга, паколькі шлях s — скаляр, а перамяшчэнне $\Delta\vec{r}$ — вектар. Параўноўваць шлях можна са скалярнай велічынёй — модулем перамяшчэння $\Delta r = |\Delta\vec{r}|$.

Як звязаны паміж сабой шлях і модуль перамяшчэння?

У разгледжаным прыкладзе шлях, пройдзены аўтобусам за дзве гадзіны, роўны $s = 96$ км. Гэта даўжыня траекторыі руху аўтобуса ад Мінска цераз Лагойск да Барысава. Праверце па карце, што пры гэтым модуль перамяшчэння аўтобуса $\Delta r = 77$ км. Гэта адлегласць ад Мінска да Барысава. Шлях аўтобуса большы за модуль яго перамяшчэння: $s > \Delta r$.

Зразумела, што пройдзены шлях быў бы роўны модулю перамяшчэння, калі б аўтобус рухаўся па прамой, не змяняючы напрамку руху. Значыць, у агульным выпадку для шляху і модуля перамяшчэння выконваецца суадносіна $s \geqslant \Delta r$ (шлях не меншы за модуль перамяшчэння).

Як складваюцца пройдзеныя шляхі? Шлях ад Мінска да Лагойска $s_1 = 36$ км, ад Лагойска да Барысава $s_2 = 60$ км, а ад Мінска да Барысава $s = 96$ км. Пройдзеныя шляхі складваюцца арыфметычна: $s_1 + s_2 = s$.

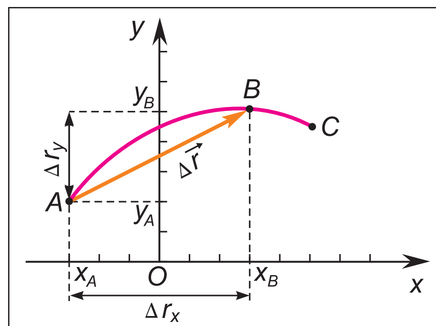
А як складваюцца перамяшчэнні? З малюнка 44 відаць, што складанне перамяшчэнняў адбываецца па правіле трохвугольніка, як і трэба для вектараў: $\Delta\vec{r}_1 + \Delta\vec{r}_2 = \Delta\vec{r}$. Ці роўны пры гэтым модуль Δr суме модуляў $\Delta r_1 + \Delta r_2$? Адкажыце самастойна.

Пры рашэнні задач важна ўмець знаходзіць праекцыі перамяшчэння. Вернемся да прыкладу 2 з папярэдняга параграфа. Пабудуем вектар перамяшчэння кавалка крэйды з пункта A ў пункт B: $\Delta\vec{r} = \overrightarrow{AB}$. З малюнка 45 відаць, што праекцыі вектара $\Delta\vec{r}$ на каардынатныя восі Ox і Oy роўны:

$$\Delta r_x = x_B - x_A; \qquad \Delta r_y = y_B - y_A. \qquad (1)$$

Праекцыя вектара перамяшчэння на каардынатную вось роўна рознасці каардынат канчатковага і пачатковага пунктаў, у якіх знаходзілася цела.

Для пункта, які рухаецца ў прасторы, да суадносін (1) трэба дабавіць: $\Delta r_z = z_B - z_A$ (гл. мал. 41).



Мал. 45

Галоўныя вывады

1. Шлях — гэта даўжыня ўчастка траекторыі, пройдзенага целам за пэўны прамежак часу. Шлях — дадатная скалярная велічыня.

2. Перамяшчэнне цела (матэрыяльнага пункта) — гэта вектар, які злучае пачатковае становішча цела з яго становішчам у канцы разглядаемага прамежку часу.

3. Модуль перамяшчэння не большы за шлях, пройдзены за той жа прамежак часу.

4. Пройдзеныя шляхі складваюцца арыфметычна, а перамяшчэнні — па правілах складання вектараў.

Кантрольныя пытанні

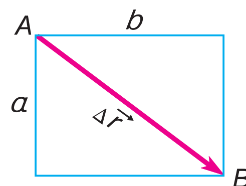
1. Што такое шлях і што такое перамяшчэнне?
2. Ці можа перамяшчэнне быць роўным нулю, калі шлях не роўны нулю? Прывядзіце прыклады.
3. Ці можа шлях быць роўным нулю, калі перамяшчэнне не роўна нулю?
4. Чаму шлях нельга параўноўваць з перамяшчэннем, а толькі з яго модулем?
5. У якім выпадку шлях роўны модулю перамяшчэння?



6. Ці залежыць перамяшчэнне цела ад выбару сістэмы адліку? Адказ абгрунтуйце прыкладамі.

Прыклад рашэння задачы

Канькабежац пераехаў прамавугольную лядовую пляцоўку па дыяганалі AB, а пешаход прайшоў з пункта A ў пункт B па краі пляцоўкі (мал. 46). Памеры пляцоўкі 60×80 м. Вызначце модулі перамяшчэнняў пешахода і канькабежца і шляхі, пройдзеныя імі.



Мал. 46

Дадзена:

$a = 60$ м
$b = 80$ м

Δr_1 — ?
Δr_2 — ?
s_1 — ?
s_2 — ?

Рашэнне

З малюнка 48 відаць, што перамяшчэнні пешахода і канькабежца аднолькавыя. Модуль перамяшчэння:

$$\Delta r = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{3600 \text{ м}^2 + 6400 \text{ м}^2} = 100 \text{ м}.$$

Шлях пешахода: $s_1 = a + b = 60 \text{ м} + 80 \text{ м} = 140$ м.
Шлях канькабежца: $s_2 = \Delta r = 100$ м.

Адказ: $\Delta r_1 = \Delta r_2 = 100$ м; $s_1 = 140$ м; $s_2 = 100$ м.

Практыкаванне 2

1. Лікавае значэнне шляху або модуля перамяшчэння паказвае лічыльнік прабегу аўтамабіля. Чаму?

2. Выкарыстоўваючы малюнак 44 і даныя тэксту, вызначце шлях, які прайшло маршрутнае таксі, перавозячы пасажыраў з Мінска ў Беразіно цераз Чэрвень. Начарціце ў сшытку перамяшчэнні таксі на ўчастках Мінск — Чэрвень ($\Delta\vec{r}_{МЧ}$), Чэрвень — Беразіно ($\Delta\vec{r}_{ЧБ}$) і Мінск — Беразіно ($\Delta\vec{r}_{МБ}$). Дакажыце, што $\Delta\vec{r}_{МБ} = \Delta\vec{r}_{МЧ} + \Delta\vec{r}_{ЧБ}$. Пакажыце, што модуль $\Delta r_{МБ} < \Delta r_{МЧ} + \Delta r_{ЧБ}$.

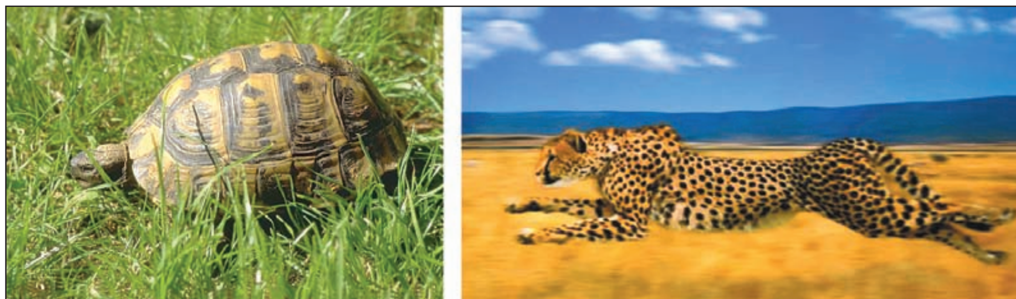
3. Спартсмен на трэніроўцы прабег $N = 6{,}5$ кругоў радыусам $R = 50$ м. Які шлях прабег спартсмен? Чаму роўны модуль яго перамяшчэння?

4. Будаўнічы кран падымае груз на вышыню $h = 30$ м. Адначасова кран перамяшчаецца на адлегласць $l = 10$ м. Вызначце перамяшчэнне грузу, яго вертыкальную і гарызантальную складальныя. Пакажыце іх адпаведнымі вектарамі. Чаму роўны модулі гэтых вектараў?

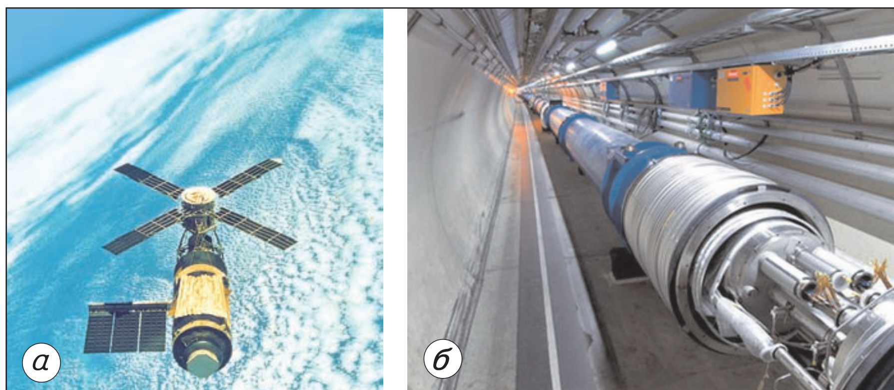
5. Вызначце шлях і модуль перамяшчэння канца гадзіннікавай стрэлкі даўжынёй $l = 6{,}0$ см за прамежкі часу: $t_1 = 3{,}0$ г; $t_2 = 6{,}0$ г; $t_3 = 12$ г; $t_4 = 24$ г. Рашэнне пацвердзіце малюнкам.

§ 7. Раўнамерны прамалінейны рух. Скорасць

У 7-м класе вы вывучалі раўнамерны прамалінейны рух, пазнаёміліся з паняццем «скорасць». Скорасць руху ў розных цел розная. За адну секунду чарапаха (мал. 47) пераадольвае некалькі сантыметраў, чалавек — да 10 м, гепард (гл. мал. 47) — да 33 м, спартыўны аўтамабіль — каля 100 м.



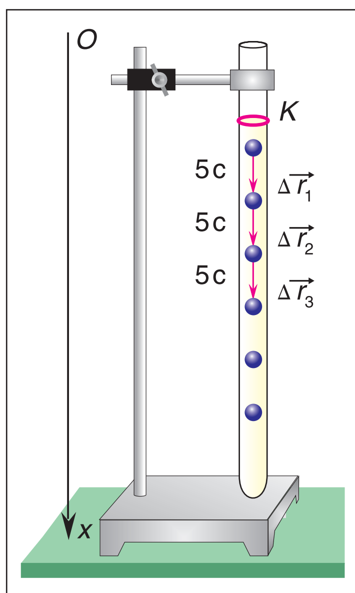
Мал. 47



Мал. 48

Каля 8 км за секунду пралятае па арбіце спадарожнік Зямлі (мал. 48, а). Але нават скорасці касмічных караблёў — «чарапахавыя» ў параўнанні са скорасцю часціц у паскаральніках. У сучасным паскаральніку (мал. 48, б) электрон за адну секунду пралятае амаль 300 000 км!

Скалярная ці вектарная велічыня — скорасць? Якія заканамернасці раўнамернага прамалінейнага руху?



Мал. 49

Паназіраем за падзеннем металічнага шарыка ў вертыкальнай трубцы, запоўненай вязкай вадкасцю (цукровым сіропам) (мал. 49). Пры дастаткова вялікай канцэнтрацыі цукру шарык рухаецца раўнамерна. Пераканацца ў гэтым можна, адзначаючы становішча шарыка праз роўныя прамежкі часу. Дослед сведчыць, што за роўныя прамежкі часу, напрыклад за $\Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t_3 = \ldots = 5$ с, шарык выконвае аднолькавыя перамяшчэнні: $\Delta\vec{r}_1 = \Delta\vec{r}_2 = \Delta\vec{r}_3 = \ldots$.

Паменшым прамежкі часу. У столькі ж разоў паменшацца і перамяшчэнні шарыка, але па-ранейшаму за роўныя прамежкі часу яны будуць роўнымі. Значыць, шарык рухаецца і прамалінейна, і раўнамерна.

Рух, пры якім цела за любыя роўныя прамежкі часу выконвае аднолькавыя перамяшчэнні, называецца раўнамерным прамалінейным рухам.

У 7-м класе вы знаходзілі скорасць раўнамернага руху цела як адносіну шляху да прамежку часу, за які шлях пройдзены: $v = \frac{s}{\Delta t}$. Гэта адносіна паказвае, наколькі хутка рухаецца цела, але нічога не гаворыць аб напрамку руху. Каб ахарактарызаваць адной велічынёй і хуткасць руху, і яго напрамак, вызначым скорасць як вектарную велічыню, роўную адносіне перамяшчэння да прамежку часу:

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}. \quad (1)$$

Скорасцю раўнамернага прамалінейнага руху называецца вектарная фізічная велічыня, модуль якой лікава роўны модулю перамяшчэння за адзінку часу, а напрамак супадае з напрамкам перамяшчэння.

Адносіна $\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ для ўсіх разгледжаных участкаў руху шарыка была аднолькавай: $\frac{\Delta\vec{r}_1}{\Delta t_1} = \frac{\Delta\vec{r}_2}{\Delta t_2} = \frac{\Delta\vec{r}_3}{\Delta t_3}$. Гэта сведчыць аб тым, што скорасць раўнамернага прамалінейнага руху пастаянная: з цягам часу не змяняецца ні яе модуль, ні яе напрамак.

Для цела, якое раўнамерна і прамалінейна рухаецца, з формулы (1) лёгка знайсці:

- перамяшчэнне:

$$\Delta\vec{r} = \vec{v}\Delta t; \quad (2)$$

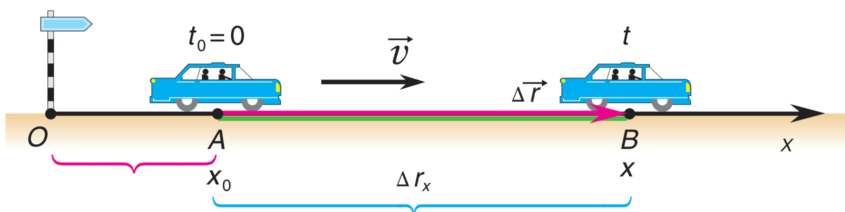
- праекцыю перамяшчэння на вось Ox (гл. мал. 49):

$$\Delta r_x = v_x\Delta t; \quad (3)$$

- шлях s (роўны модулю перамяшчэння Δr):

$$s = v\Delta t. \quad (4)$$

Вызначым цяпер становішча цела, г. зн. яго каардынату ў любы момант часу. Разгледзім прыклад. Аўтамабіль рухаецца раўнамерна па прамалінейнай шашы. Выкарыстаем вось каардынат Ox з пачаткам адліку ў пункце O (мал. 50). Аўтамабіль разглядаем як матэрыяльны пункт.



Мал. 50

Згодна з малюнкам 50 у момант часу t каардыната аўтамабіля роўна $x = x_0 + \Delta r_x$. Праекцыя Δr_x вектара перамяшчэння на вось Ox роўна $v_x \Delta t$.

Значыць, $x = x_0 + v_x \Delta t$, дзе $\Delta t = t - t_0$. Прыняўшы t_0 роўным нулю, атрымаем каардынату аўтамабіля:

$$\boldsymbol{x = x_0 + v_x t}. \qquad (5)$$

Залежнасць каардынаты цела, якое рухаецца, ад часу называецца **кінематычным законам руху**.

Кінематычны закон раўнамернага прамалінейнага руху заключаецца ў тым, што каардыната цела лінейна залежыць ад часу. Гэта вынікае з формулы (5).

Згодна з формулай (5) праекцыя скорасці на вось Ox:

$$v_x = \frac{x - x_0}{t}.$$

Пры раўнамерным прамалінейным руху праекцыя скорасці на каардынатную вось лікава роўна змяненню каардынаты цела, якое рухаецца, за адзінку часу.

Напомнім, што за адзінку скорасці ў СІ прыняты *1 метр у секунду* $\left(1\ \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)$.

Для вымярэння скорасці выкарыстоўваюцца спецыяльныя прыборы. У аўтамабілях ёсць спідометр (мал. 51), на самалётах — паказальнік скорасці. Рэхалакатары вымяраюць скорасць аб'ектаў, якія рухаюцца пад вадой, а радыёлакатары (радары) — аб'ектаў, якія знаходзяцца ў паветры і на зямлі. Супрацоўнікі службы дарожнага руху з дапамогай устройстваў, якія маюць партатыўныя радары і відэакамеру (мал. 52), могуць аператыўна рэгістраваць скорасць любога транспартнага сродку.



Мал. 51



Мал. 52

Галоўныя вывады

1. Раўнамерны прамалінейны рух — гэта рух, пры якім цела (пункт) за любыя роўныя прамежкі часу выконвае аднолькавыя перамяшчэнні.

2. Скорасць раўнамернага прамалінейнага руху пастаянная: з цягам часу не змяняецца ні яе модуль, ні яе напрамак.

3. Пры раўнамерным прамалінейным руху цела модуль перамяшчэння роўны шляху, пройдзенаму за той жа прамежак часу.

4. Каардыната цела, якое раўнамерна прамалінейна рухаецца, лінейна залежыць ад часу руху.

Кантрольныя пытанні

1. Чым адрозніваюцца шлях і перамяшчэнне цела пры раўнамерным прамалінейным руху?
2. Ці можна, ведаючы модуль скорасці руху і прамежак часу, вызначыць становішча цела ў канчатковы момант часу?
3. Як накіравана скорасць пры раўнамерным прамалінейным руху?
4. Якая залежнасць каардынаты цела ад часу пры раўнамерным прамалінейным руху? Якой будзе гэта залежнасць, калі пачатковае становішча цела супадзе з пачаткам каардынат?
5. У якім выпадку праекцыя скорасці руху будзе адмоўнай? Роўнай нулю?

Прыклад рашэння задачы

Турыст прайшоў шлях $s_1 = 0{,}60$ км на поўнач, а затым шлях $s_2 = 0{,}80$ км на ўсход. Які час спатрэбіцца турысту на вяртанне ў зыходны пункт па прамой, калі модуль яго скорасці пастаянны і роўны $v = 1{,}2\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Які сумарны шлях прайшоў турыст? Чаму роўна яго перамяшчэнне?

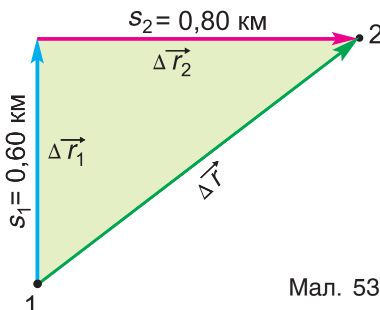
Дадзена:

$s_1 = 0{,}60$ км
$s_2 = 0{,}80$ км
$v = 1{,}2\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

t — ?
s — ?
$\Delta\vec{r}$ — ?

Рашэнне

Зробім малюнак да ўмовы задачы (мал. 53).



Мал. 53

З малюнка вынікае, што перамяшчэнне: $\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}_1 + \Delta\vec{r}_2$.
Модуль перамяшчэння турыста:

$$\Delta r = \sqrt{\Delta r_1^2 + \Delta r_2^2} = \sqrt{0{,}36\ \text{км}^2 + 0{,}64\ \text{км}^2} = 1{,}0\ \text{км}.$$

Пройдзены ім шлях:

$$s = s_1 + s_2 = 0{,}60\ \text{км} + 0{,}80\ \text{км} = 1{,}4\ \text{км}.$$

Час вяртання турыста:

$$t = \frac{\Delta r}{v} = \frac{1000\ \text{м}}{1{,}2\ \frac{\text{м}}{\text{с}}} = 14\ \text{мін}.$$

Адказ: вектар перамяшчэння $\Delta\vec{r}$ накіраваны ад пункта *1* да пункта *2*, яго модуль $\Delta r = 1{,}0$ км; $s = 1{,}4$ км; $t = 14$ мін.

Практыкаванне 3

1. Якія з характарыстык руху — шлях, скорасць, перамяшчэнне, каардыната — з'яўляюцца вектарнымі?

2. Перавядзіце ў метры ў секунду $\left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)$ наступныя значэнні модуля скорасці: $v_1 = 18\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$, $v_2 = 36\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$, $v_3 = 1{,}2\ \frac{\text{км}}{\text{мін}}$, $v_4 = 8\ \frac{\text{км}}{\text{с}}$ (першая касмічная скорасць).

3. Электрапоезд, які раўнамерна рухаецца, за прамежак часу $\Delta t = 5{,}0$ мін прайшоў шлях $s = 6{,}0$ км. Знайдзіце модуль скорасці руху электрапоезда.

4. Футбаліст прабег па футбольным полі шлях $s_1 = 40$ м на поўнач, $s_2 = 30$ м на ўсход, а затым $s_3 = 20$ м на поўдзень. Які сумарны шлях прабег футбаліст? Якое ён выканаў перамяшчэнне? Які час спатрэбіцца футбалісту на вяртанне ў зыходны пункт па прамой, калі модуль яго скорасці пастаянны і роўны $v = 4{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$?

5. Па прамой дарозе насустрач адзін аднаму рухаліся легкавы аўтамабіль са скорасцю, модуль якой $v_1 = 90\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$, і матацыкл са скорасцю, модуль якой $v_2 = 20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. На пераездзе яны сустрэліся і прадоўжылі раўнамерна рухацца. На якой адлегласці ад пераезду і адзін ад аднаго знаходзіліся аўтамабіль і матацыкл праз час $t = 0{,}50$ г пасля сустрэчы?

6. Два пешаходы рухаюцца насустрач адзін аднаму з пастаяннымі скарасцямі, модуль якіх $v = 5{,}0\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$. Ці можна сцвярджаць, што скорасці пешаходаў аднолькавыя? Якой будзе адлегласць паміж імі праз час $t_1 = 30$ мін пасля іх су-

стрэчы? Які шлях да гэтага часу пройдзе кожны з пешаходаў, калі ў пачатковы момант часу яны знаходзіліся на адлегласці $l = 2{,}0$ км адзін ад аднаго?

7. На працягу адной гадзіны самалёт ляцеў прамалінейна (уздоўж восі Ox). Кінематычны закон яго руху мае від: $x = A + Bt$, дзе $A = 5{,}0$ км, $B = 720\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$. Вызначце каардынату самалёта ў пачатку і ў канцы гэтай гадзіны, модуль скорасці яго руху, шлях і модуль перамяшчэння за час $t = 20{,}0$ мін палёту. Рашэнне растлумачце малюнкам.

8. Рашыце задачу 7, прыняўшы $B = -720\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$.

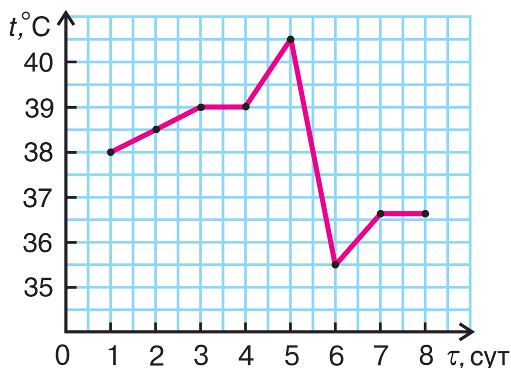


9. Паездка веласіпедыста з пункта A ў пункт B і назад складалася з двух этапаў. На першым этапе, рухаючыся са скорасцю $v = 12\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$, ён пераадолеў палову адлегласці AB. На другім, рухаючыся са скорасцю, модуль якой быў пастаянны, ён дасягнуў пункта B і вярнуўся ў пункт A. Знайдзіце модуль гэтай скорасці, калі прамежкі часу, затрачаныя на кожны з этапаў, былі аднолькавыя.

§ 8. Графічны паказ раўнамернага прамалінейнага руху

Залежнасці паміж рознымі велічынямі можна наглядна паказаць з дапамогай графікаў. Выкарыстанне графікаў істотна аблягчае рашэнне многіх навуковых і практычных задач.

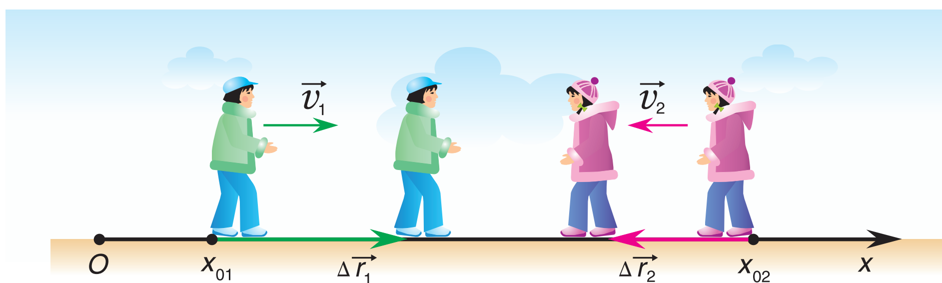
Напрыклад, па графіку залежнасці тэмпературы хворага ад часу (мал. 54) лёгка вызначыць, што на 5-я суткі тэмпература дасягнула свайго максімуму, затым рэзка ўпала, а яшчэ праз суткі стала набліжацца да нормы. Графік даў наглядны водарыс, як працякала хвароба.



Мал. 54

У фізіцы роля графікаў надзвычай вялікая. Уменне будаваць і «чытаць» графікі аблягчае апісанне фізічных з'яў і садзейнічае больш глыбокаму іх разуменню.

Разгледзім канкрэтны прыклад. Дзіма і Таня ідуць насустрач адзін ад-



Мал. 55

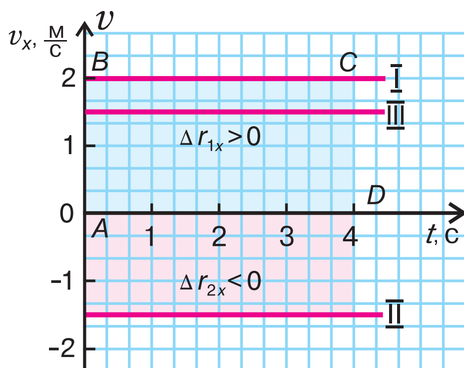
наму (мал. 55). Яны рухаюцца раўнамерна і прамалінейна. Модуль скорасці Дзімы $v_1 = 2{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, Тані — $v_2 = 1{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Выберам каардынатную вось Ox (гл. мал. 55). Няхай у пачатковы момант $t_0 = 0$ каардыната Дзімы $x_{01} = 1{,}3$ м, Тані — $x_{02} = 6{,}0$ м.

Пабудуем графікі залежнасці ад часу наступных велічынь: праекцыі скорасці v_x, модуля скорасці v, праекцыі перамяшчэння Δr_x, шляху s і каардынаты x.

1. Графік праекцыі скорасці. З умовы зразумела, што праекцыі скарасцей $\vec{v}_1$ і $\vec{v}_2$ на вось Ox пастаянныя: $v_{1x} = v_1 = 2{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}} = \text{const}$, $v_{2x} = -v_2 = -1{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}} = \text{const}$. Значыць, графікі залежнасці праекцый v_{1x} і v_{2x} ад часу t — гэта прамыя, паралельныя восі часу (мал. 56, прамыя I і II). Графікі паказваюць: **праекцыя скорасці руху пры раўнамерным прамалінейным руху з цягам часу не змяняецца**.

2. Графік модуля скорасці. Графік модуля скорасці руху Дзімы — прамая I на малюнку 56, а Тані — прамая III. Чаму графік модуля скорасці руху Дзімы супадае з графікам яе праекцыі, а руху Тані — не? Растлумачце самастойна.

3. Графік праекцыі перамяшчэння. Праекцыя перамяшчэння Δr_x, якое выканана за прамежак часу ад 0 да t, вызначаецца формулай $\Delta r_x = v_x t$. Графікі залежнасці праекцыі перамяшчэння Дзімы $\Delta r_{1x} = v_{1x} t$ (прамая I) і Тані $\Delta r_{2x} = v_{2x} t$ (прамая II) ад часу паказаны на малюнку 57. Яны сведчаць: **пры раўнамерным прамалінейным руху праекцыя перамяшчэння прама прапарцыянальна часу.**

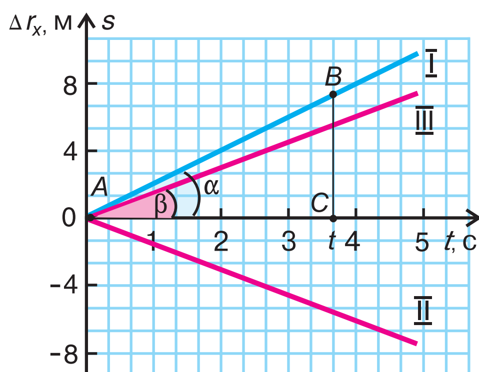


Мал. 56

4. Графік шляху. Пры раўнамерным прамалінейным руху шлях роўны модулю перамяшчэння: $s = |\Delta\vec{r}| = vt$. Графік шляху, які прайшоў Дзіма, $s_1 = v_1 t$, супадае з графікам праекцыі яго перамяшчэння

(гл. мал. 57, прамая I). Графік шляху Тані $s_2 = v_2t$ — гэта прамая III. Яна з'яўляецца «люстраным адбіццём» прамой II (гл. мал. 57) ад восі часу. Так атрымліваецца таму, што шлях заўсёды дадатны, а праекцыя перамяшчэння Тані — адмоўная.

Графікі шляху паказваюць: **пры раўнамерным прамалінейным руху пройдзены шлях прама прапарцыянальны часу.**



Мал. 57

Што яшчэ можна вызначыць па графіках?

Ці можна, напрыклад, па графіку скорасці знайсці пройдзены шлях? Разгледзім прамавугольнік $ABCD$ на малюнку 56. Яго плошча лікава роўна 8. Але за час $t = 4$ с Дзіма прайшоў шлях $s = vt$, роўны якраз 8 м. Гэта супадзенне невыпадковае. Вышыня прамавугольніка $ABCD$ лікава роўна модулю скорасці v, яго аснова — прамежку часу ад 0 да t. Значыць, плошча прамавугольніка $ABCD$ лікава роўна пройдзенаму за гэты прамежак часу шляху: $s = v \cdot t$.

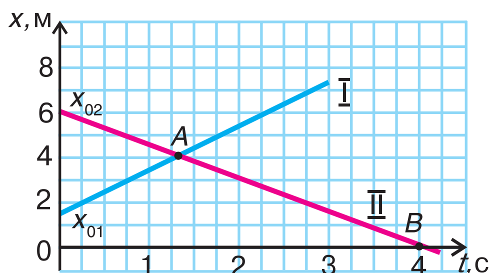
Плошча фігуры паміж графікам модуля скорасці і воссю часу ў межах разглядаемага прамежку часу лікава роўна пройдзенаму шляху.

Такое ж правіла звязвае плошчу паміж графікам праекцыі скорасці v_x і воссю часу з праекцыяй перамяшчэння Δr_x. Толькі пры $v_x < 0$ гэту плошчу трэба браць са знакам «мінус». Праверце гэта з дапамогай малюнкаў 56 і 57.

А ці можна па графіку шляху вызначыць скорасць руху? Звернемся да малюнка 57. Вугал α паміж графікам I шляху і воссю часу большы за вугал β паміж графікам III і воссю часу. Чаму? Таму, што за кожную секунду Дзіма праходзіць па 2 м, а Таня — па 1,5 м. Чым большы модуль скорасці, тым большы вугал нахілу графіка шляху да восі часу.

Параўнаўшы графікі праекцый перамяшчэнняў I і II на малюнку 57, можна зрабіць вывад: па нахілу графіка праекцыі перамяшчэння можна меркаваць аб велічыні і аб знаку праекцыі скорасці.

Разгледзім ΔABC на малюнку 57. У гэтым трохвугольніку катэт AC лікава роўны прамежку часу ад 0 да t, а катэт BC — пройдзенаму за гэты час шляху s. Значыць, $\operatorname{tg}\alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{s}{t} = v$: тангенс вугла паміж графікам шляху і воссю часу лікава роўны модулю скорасці. Дакажыце самастойна, што тангенс вугла паміж графікам праекцыі перамяшчэння і воссю часу лікава роўны праекцыі скорасці.



Мал. 58

5. Графік залежнасці каардынаты цела, якое рухаецца, ад часу. Гэты графік называюць *графікам руху*. З дапамогай малюнка 55 лёгка знайсці залежнасць каардынат Дзімы x_1 і Тані x_2 ад часу: $x_1 = x_{01} + v_{1x}t$, $x_2 = x_{02} + v_{2x}t$, дзе $v_{1x} > 0$, $v_{2x} < 0$. Графікі гэтых залежнасцей — прамыя I і II на малюнку 58. Яны паралельныя адпаведным графікам праекцый перамяшчэння на малюнку 57. Графікі руху паказваюць: **пры раўнамерным прамалінейным руху каардыната цела лінейна залежыць ад часу**.

Па пункце перасячэння графікаў I і II (пункт A) лёгка знайсці момант і каардынату месца сустрэчы Дзімы і Тані. Вызначце іх самастойна.

Галоўныя вывады

1. Для раўнамернага прамалінейнага руху графікі праекцыі і модуля скорасці — прамыя, паралельныя восі часу.
2. Графікі залежнасці шляху, праекцыі перамяшчэння і каардынаты ад часу — прамыя, нахіл якіх да восі часу вызначаецца скорасцю руху.
3. Плошча фігуры паміж графікам модуля скорасці і воссю часу лікава роўна пройдзенаму шляху. Плошча фігуры паміж графікам праекцыі скорасці і воссю часу вызначае праекцыю перамяшчэння.

Кантрольныя пытанні

1. Як па графіку праекцыі скорасці знайсці праекцыю перамяшчэння?
2. Ці можна па графіку праекцыі скорасці знайсці каардынату цела?
3. Які графік называецца графікам руху?
4. Як па графіку раўнамернага прамалінейнага руху знайсці праекцыю скорасці, пройдзены шлях і праекцыю перамяшчэння за пэўны прамежак часу?
5. У якіх выпадках модуль перамяшчэння роўны шляху, пройдзенаму за той жа прамежак часу?

Прыклад рашэння задачы

Матацыкліст едзе па прамалінейным участку дарогі са скорасцю, модуль якой пастаянны і роўны $v_1 = 54\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$. Праз прамежак часу $t_1 = 20$ с ён сустракае веласіпедыста, які рухаўся раўнамерна насустрач са скорасцю, модуль якой $v_2 = 36\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$.

Вызначце адлегласць паміж удзельнікамі руху праз прамежак часу $t_2 = 30$ с ад пачатку руху. Запішыце кінематычныя законы іх руху, начарціце графікі праекцыі і модуля скорасці, шляху і праекцыі перамяшчэння, а таксама каардынаты абодвух удзельнікаў руху.

Дадзена:

$v_1 = 54\ \frac{км}{г} = 15\ \frac{м}{с}$

$v_2 = 36\ \frac{км}{г} = 10\ \frac{м}{с}$

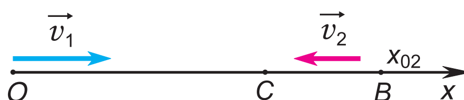
$t_1 = 20$ с

$t_2 = 30$ с

l — ?

Рашэнне

Пакажам каардынатную вось Ox, уздоўж якой адбываецца рух (мал. 59).



Мал. 59

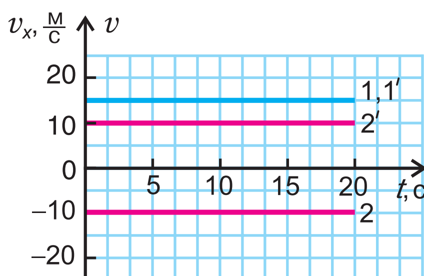
Няхай матацыкліст у пачатковы момант часу знаходзіўся ў пачатку каардынат (пункт O), г. зн. $x_{01} = 0$, а веласіпедыст — у пункце B. Тады кінематычны закон руху матацыкліста будзе: $x_1 = v_{1x}t$, дзе $v_{1x} = v_1 = 15\ \frac{м}{с}$. Знойдзем каардынату x_{02} веласіпедыста ў пачатковы момант часу. Пункт C на восі Ox — гэта месца сустрэчы ўдзельнікаў руху.

$$x_{02} = OC + CB = v_1t_1 + v_2t_1 = 15\ \frac{м}{с} \cdot 20\ с + 10\ \frac{м}{с} \cdot 20\ с = 500\ м.$$

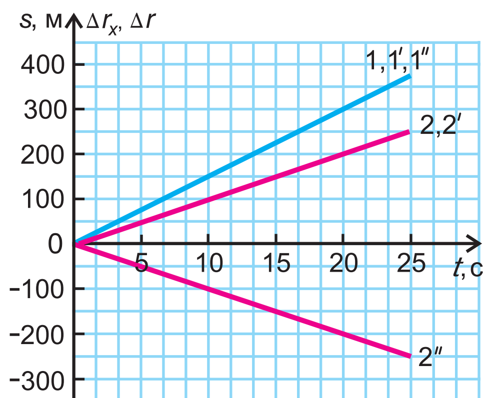
Кінематычны закон руху веласіпедыста мае выгляд: $x_2 = x_{02} + v_{2x}t$, дзе $v_{2x} = -v_2 = -10\ \frac{м}{с}$. Адлегласць паміж веласіпедыстам і матацыклістам праз час $t_2 = 30$ с відавочна роўна суме шляхоў, якія яны праехалі за час $t_3 = t_2 - t_1 = 10$ с пасля іх сустрэчы. Значыць,

$$l = v_1t_3 + v_2t_3 = 15\ \frac{м}{с} \cdot 10\ с + 10\ \frac{м}{с} \cdot 10\ с = 250\ м.$$

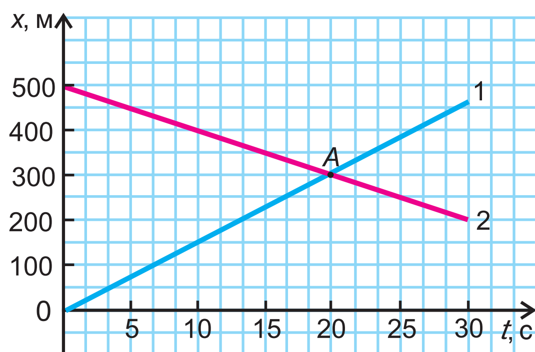
Пабудуем графікі праекцый і модуляў скорасці. Для матацыкліста графікі праекцыі скорасці *1* і модуля скорасці *1′* супадаюць (мал. 60). Для веласіпедыста



Мал. 60



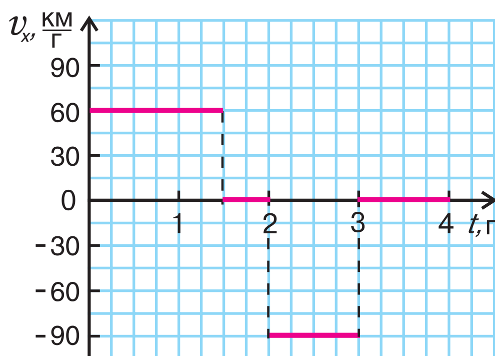
Мал. 61



Мал. 62

графік модуля скорасці — прамая *2′*, а праекцыі скорасці — прамая *2*. Графікамі шляху (мал. 61) будуць прамыя, якія выражаюць прамую прапарцыянальную залежнасць $s = vt$. Для матацыкліста: $s_1 = v_1 t = 15\ \frac{м}{с} \cdot t$. Графікі шляху (прамая *1*), модуля перамяшчэння (прамая *1′*) і праекцыі перамяшчэння (прамая *1″*) супадаюць. Для веласіпедыста: $s_2 = v_2 t = 10\ \frac{м}{с} \cdot t$. Графікі шляху (прамая *2*), модуля перамяшчэння (прамая *2′*) супадаюць, а графік праекцыі перамяшчэння (прамая *2″*) знаходзіцца ў вобласці адмоўных значэнняў. Графікі каардынат паказаны на малюнку 62 і выражаюць залежнасці $x_1 = v_{1x} t$ (прамая *1*) і $x_2 = x_{02} + v_{2x} t$ (прамая *2*), дзе $x_{02} = 500$ м. Пункт *A* вызначае час сустрэчы і каардынату месца сустрэчы.

Адказ: $l = 250$ м; $x_1 = v_{1x} t$; $x_2 = x_{02} + v_{2x} t$.

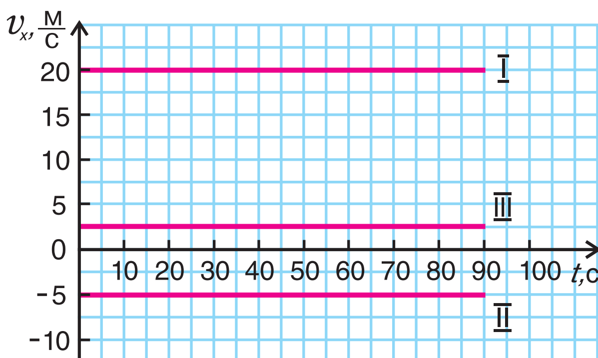


Мал. 63

Практыкаванне 4

1. Што паказваюць пункты *A* і *B* на малюнку 58?

2. На малюнку 63 паказаны графік залежнасці праекцыі скорасці ад часу. Апішыце рух, які адпавядае гэтаму графіку. Знайдзіце модуль перамяшчэння і шлях за прамежак часу ад $t_0 = 0$ да $t_1 = 4$ г. Ці можа дадзены графік апісваць рэальны рух цела? Чаму?

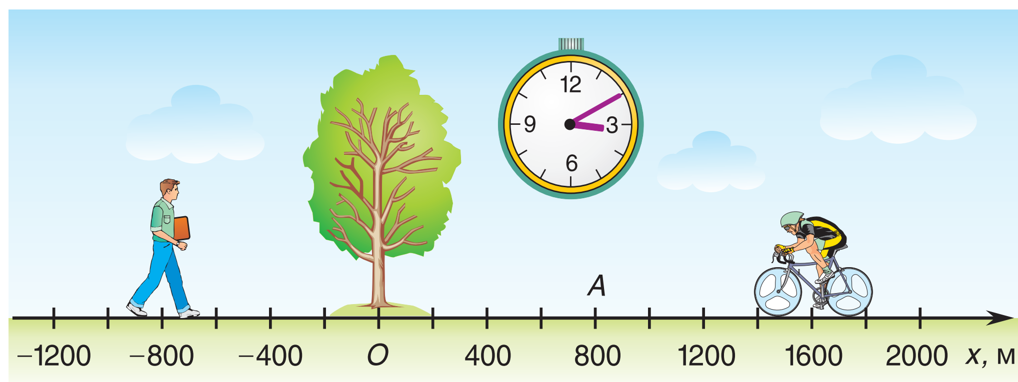


Мал. 64

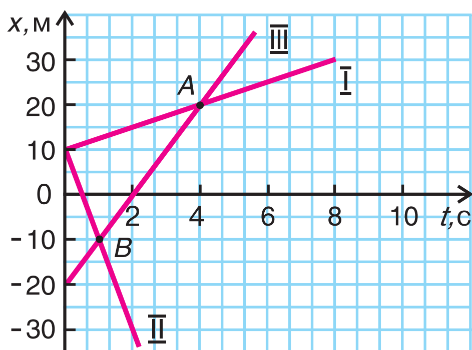
3. На малюнку 64 паказаны графікі праекцыі на вось Ox скорасці руху катэра, байдаркі і рызінавай лодкі па возеры. Ахарактарызуйце гэтыя рухі. Якому з транспартных сродкаў належыць графік I? Графік II? Графік III? Чаму роўны шляхі, пройдзеныя катэрам, байдаркай і рызінавай лодкай за час $t = 50{,}0$ с руху? Чаму роўны модулі і праекцыі іх перамяшчэнняў за гэты прамежак часу?

4. Каардынаты цеплаходаў змяняюцца па законе: $x_1 = A_1 + B_1t$, $x_2 = A_2 + B_2t$, дзе $A_1 = 6{,}0$ км, $B_1 = 24\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$, $A_2 = -6{,}0$ км, $B_2 = 60\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$. Для кожнага з цеплаходаў, знайдзіце пачатковыя каардынаты і праекцыі скарасцей на вось Ox. Начарціце графікі руху цеплаходаў. Праз які час другі цеплаход дагоніць першы?


5. На малюнку 65 паказаны пешаход і веласіпедыст. Модуль скорасці пешахода $v_1 = 3{,}6\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$, веласіпедыста — $v_2 = 12{,}0\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$. Даныя аб іх каардынатах у момант часу $t_1 = 3$ ч 10 мін вызначце па малюнку. Запішыце кінематычныя ўраўненні руху і пабудуйце графікі руху пешахода і веласіпедыста. Знайдзіце модулі іх перамяшчэнняў за прамежак часу $\Delta t = 20$ мін. Выканайце заданне яшчэ раз, прыняўшы за пачатак каардынат пункт A на восі Ox, які знаходзіцца пад гадзіннікам.



Мал. 65



Мал. 66

Якія з кінематычных велічынь залежаць ад выбару пачатку каардынат, а якія — не залежаць?



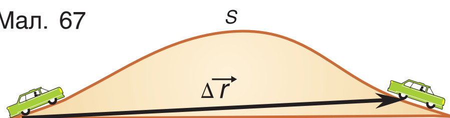
6. На малюнку 66 дадзены графікі руху трох цел. Знайдзіце праекцыі скорасці руху гэтых цел на вось Ox і іх пачатковыя каардынаты. Запішыце кінематычныя ўраўненні руху кожнага цела. Аб чым сведчаць пункты перасячэння A і B графікаў? Якой была адлегласць паміж целамі ў пачатковы момант часу і праз $\Delta t = 5{,}0$ с руху?

§ 9. Нераўнамерны рух. Імгненная скорасць

Раўнамерны прамалінейны рух, г. зн. рух з пастаяннай скорасцю, у штодзённым жыцці практычна не сустракаецца.

Рух са скорасцю, якая змяняецца, называецца нераўнамерным (пераменным) рухам. Нераўнамерна рухаюцца транспартныя сродкі (аўтамабілі, караблі, самалёты), дэталі машын і механізмаў, целы, якія падаюць на Зямлю і г. д. Для такіх рухаў уводзяцца паняцці сярэдняй і імгненнай скорасці. Які сэнс маюць гэтыя фізічныя велічыні?

Мал. 67



Нераўнамерны рух можа быць як прамалінейным, так і крывалінейным. Няхай траекторыя руху аўтамабіля крывалінейная (мал. 67). Аўтамабіль будзем лічыць матэрыяльным пунктам. Як вынікае з малюнка, модуль перамяшчэння аўтамабіля за прамежак часу Δt і яго шлях за гэты прамежак не роўны паміж сабой: $\Delta r < s$. З 7-га класа вядома, што нераўнамерны рух характарызуецца сярэдняй скорасцю. Будзем адрозніваць *сярэднюю скорасць шляху* $\langle v \rangle$ і *сярэднюю скорасць перамяшчэння* $\langle \vec{v} \rangle$ аўтамабіля. Сярэднюю скорасць шляху вызначым, падзяліўшы шлях на прамежак часу, за які гэты шлях пройдзены:

$$\langle v \rangle = \frac{s}{\Delta t}. \quad (1)$$

Сярэдняя ж скорасць перамяшчэння вызначаецца як

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}. \quad (2)$$

Паколькі $\Delta r \leqslant s$, то модуль сярэдняй скорасці перамяшчэння не большы за сярэднюю скорасць шляху: $|\langle\vec{v}\rangle| \leqslant \langle v\rangle$.

Формула (2) аналагічная формуле скорасці пры раўнамерным прамалінейным руху (гл. § 7). Значыць, **сярэдняя скорасць перамяшчэння нераўнамернага руху роўна скорасці такога раўнамернага прамалінейнага руху, пры якім цела выканала такое ж перамяшчэнне за той жа прамежак часу.**

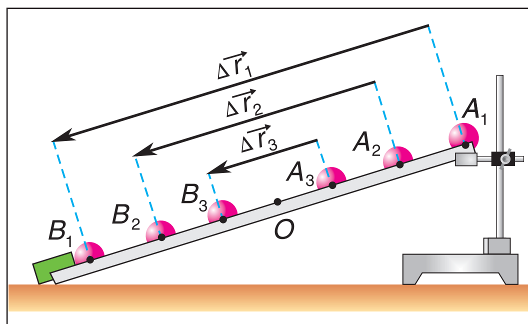
Ці дае сярэдняя скорасць інфармацыю аб скорасці цела ў кожным пункце траекторыі? Разгледзім прыклад. Калі аўтобус гарадскога маршруту праехаў шлях $s = 5{,}0$ км за час $\Delta t = 20$ мін $= \frac{1}{3}$ г, то сярэдняя скорасць шляху $\langle v\rangle = \frac{s}{\Delta t} = 15\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$. Гэта велічыня роўна модулю скорасці такога раўнамернага руху, пры якім шлях $s = 5$ км пройдзены за час $\Delta t = 20$ мін. Але кожны з вас разумее, што аўтобус нейкі час мог стаяць на прыпынках, на адных участках модуль яго скорасці мог быць роўны $60\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$, на другіх — $5\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$ і г. д.

Значыць, сярэдняя скорасць не дае інфармацыі аб скорасці руху цела ў розных пунктах траекторыі (г. зн. у розныя моманты часу). Для гэтай мэты служыць **імгненная скорасць — скорасць цела ў дадзены момант часу або ў дадзеным пункце траекторыі.**

Як вызначаецца імгненная скорасць? Як яна накіравана?

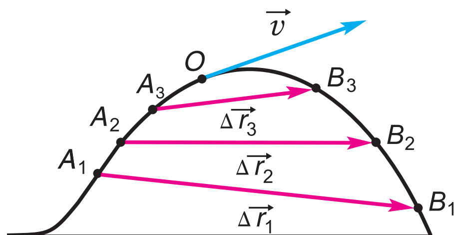
Разгледзім прыклад. Няхай шарык скочваецца па нахіленым жолабе з пункта A_1 (мал. 68). На малюнку паказаны яго становішчы ў розныя моманты часу. Нас цікавіць імгненная скорасць шарыка ў пункце O.

Падзяліўшы перамяшчэнне шарыка $\Delta\vec{r}_1$ на адпаведны прамежак часу Δt_1, вызначым сярэднюю скорасць перамяшчэння $\langle\vec{v}_1\rangle = \frac{\Delta\vec{r}_1}{\Delta t_1}$ на ўчастку A_1B_1. Відавочна, што $\langle\vec{v}_1\rangle$ не з'яўляецца імгненнай скорасцю ў пункце O. Разгледзім меншае перамяшчэнне $\Delta\vec{r}_2 = \overrightarrow{A_2B_2}$. Меншым будзе і прамежак часу Δt_2. Цяпер сярэдняя скорасць $\langle\vec{v}_2\rangle = \frac{\Delta\vec{r}_2}{\Delta t_2}$.



Мал. 68

Гэта скорасць, хоць і не роўна скорасці ў пункце O, але ўжо бліжэй да яе, чым $\langle\vec{v}_1\rangle$. Памяншаючы далей перамяшчэнні $\Delta\vec{r}_3$, $\Delta\vec{r}_4$, ... атрымаем, што і прамежкі часу Δt_3, Δt_4, ... памяншаюцца. У выніку мы будзем паслядоўна атрымліваць сярэднія скорасці, якія ўсё менш і менш адрозніваюцца адна ад адной і ад імгненнай скорасці шарыка ў пункце O.



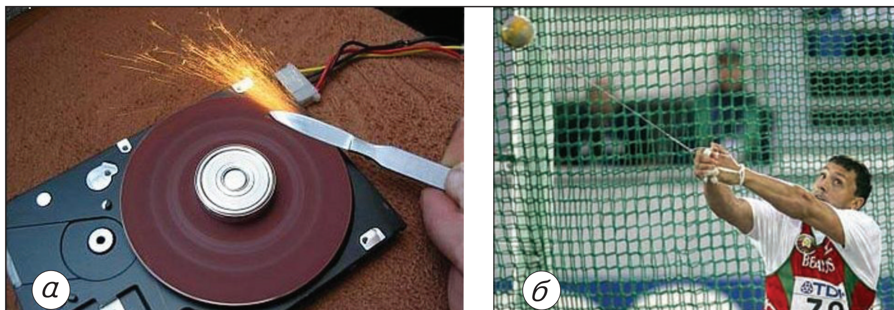
Мал. 69

У рэшце рэшт, мы прыйдзем да такога нязначнага перамяшчэння $\Delta\vec{r}_n$ і прамежку часу Δt_n, што рух на працягу Δt_n з дастатковай дакладнасцю можна будзе лічыць раўнамерным, а скорасць імгненнай. Імгненная скорасць пры прамалінейным руху накіравана як вектар перамяшчэння, г. зн. у напрамку руху.

Калі аналагічным чынам разгледзець рух па крывалінейным участку траекторыі (мал. 69), то будзе зразумела, што імгненная скорасць ва ўсіх выпадках накіравана па датычнай да траекторыі ў дадзеным пункце.

Паназірайце за распаленымі часціцамі, якія адрываюцца ад тачыльнага каменя ў працэсе завострывання. Яны ляцяць па датычнай да акружнасці (мал. 70, *а*). Значыць, імгненная скорасць $\vec{v}$, якую маюць часцінкі ў момант адрыву ад каменя, накіравана па датычнай да траекторыі іх руху да адрыву. Аналагічна молат, кінуты спартсменам (мал. 70, *б*), пачынае свой палёт па датычнай да акружнасці, па якой ён рухаўся пры раскручванні.

А ці можна выкарыстаць паняцце імгненнай скорасці для апісання раўнамернага прамалінейнага руху? Безумоўна, можна. У гэтым выпадку імгненная скорасць пастаянная і роўна сярэдняй скорасці. У любым пункце траекторыі яна мае аднолькавы модуль і напрамак.



Мал. 70 *а* *б*

Галоўныя вывады

1. Хуткасць нераўнамернага руху на ўчастку траекторыі характарызуецца сярэдняй скорасцю, а ў дадзеным пункце траекторыі — імгненнай скорасцю.

2. Імгненная скорасць прыбліжана роўна сярэдняй скорасці, вызначанай за малы прамежак часу. Дакладнасць гэтага прыбліжэння больш высокая, чым меншы прамежак часу.

3. Пры раўнамерным прамалінейным руху цела імгненная скорасць аднолькавая ў любым пункце траекторыі, пры нераўнамерным — розная.

4. Імгненная скорасць накіравана па датычнай да траекторыі руху.

Кантрольныя пытанні

1. Які рух называецца нераўнамерным? Ці будзе рух цела раўнамерным, калі за кожную гадзіну яно праходзіць аднолькавы шлях?
2. Што паказвае сярэдняя скорасць шляху? Сярэдняя скорасць перамяшчэння? Як іх вызначаюць?
3. Што такое імгненная скорасць? Пры якой умове яна прыбліжана роўна сярэдняй скорасці? Як павялічыць дакладнасць гэтага прыбліжэння?
4. Як накіравана імгненная скорасць пры прамалінейным руху? Пры крывалінейным руху?
5. Як паводзіць сябе модуль імгненнай скорасці пры раўнамерным руху? Пры нераўнамерным?

Прыклад рашэння задачы

Лыжнік палову прамалінейнай дыстанцыі рухаўся са скорасцю, модуль якой пастаянны і роўны $v_1 = 3{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, а другую палову — са скорасцю, модуль якой $v_2 = 5{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Вызначце модуль сярэдняй скорасці руху лыжніка на ўсёй дыстанцыі.

Дадзена:

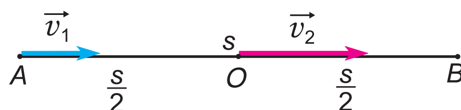
$v_1 = 3{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$v_2 = 5{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$\langle v \rangle$ — ?

Рашэнне

Зробім малюнак (мал. 71) да ўмовы задачы.



Мал. 71

Паколькі рух прамалінейны без змянення напрамку, то шлях s і модуль перамяшчэння Δr роўныя. Таму модуль сярэдняй скорасці перамяшчэння роўны сярэдняй скорасці шляху:

$$|\langle \vec{v} \rangle| = \langle v \rangle.$$

Знойдзем $\langle v \rangle$:

$$\langle v \rangle = \frac{s}{t} = \frac{s}{t_1 + t_2}, \text{ дзе } t_1 = \frac{s}{2v_1}, \; t_2 = \frac{s}{2v_2}.$$

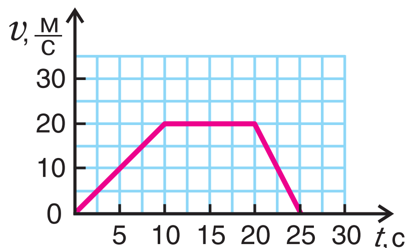
Тады $\langle v \rangle = \dfrac{s}{\dfrac{s}{2v_1} + \dfrac{s}{2v_2}} = \dfrac{2v_1v_2}{v_1 + v_2} = \dfrac{2 \cdot 3{,}0 \; \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 5{,}0 \; \frac{\text{м}}{\text{с}}}{8{,}0 \; \frac{\text{м}}{\text{с}}} = 3{,}8 \; \frac{\text{м}}{\text{с}}.$

Адказ: $\langle v \rangle = 3{,}8 \; \frac{\text{м}}{\text{с}}.$

Практыкаванне 5

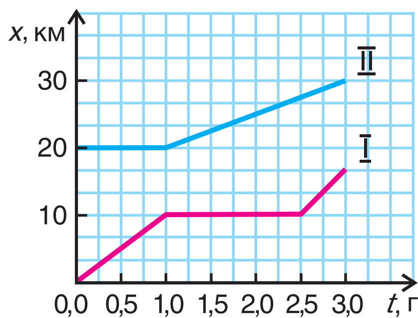
1. Турысты прайшлі шлях $s_1 = 10{,}0$ км за час $\Delta t_1 = 2{,}0$ г, затым зрабілі прывал, які доўжыўся $\Delta t_2 = 0{,}50$ г, пасля чаго прайшлі шлях $s_2 = 6{,}0$ км, што застаўся, за час $\Delta t_3 = 1{,}5$ г. Чаму роўна іх сярэдняя скорасць шляху на ўсім маршруце? Скорасць на кожным з яго ўчасткаў?

2. Аўтобус рухаўся прамалінейна. Графік залежнасці модуля скорасці яго руху ад часу паказаны на малюнку 72. Вызначце модуль імгненнай скорасці аўтобуса ў моманты часу: $t_1 = 5$ с, $t_2 = 14$ с, $t_3 = 22$ с.



Мал. 72

3. На малюнку 73 дадзены графікі залежнасці каардынаты ад часу для прамалінейнага руху веласіпедыста і пешахода. У колькі разоў адрозніваюцца праекцыі іх сярэдняй скорасці перамяшчэння за час $t = 3$ г руху?



Мал. 73

4. Цацка, якой можна кіраваць, прайшла ўчастак шляху $s_1 = 3{,}0$ м за прамежак часу $\Delta t_1 = 20$ с, а затым, рухаючыся перпендыкулярна да гэтага ўчастка, яшчэ шлях $s_2 = 4{,}0$ м за $\Delta t_2 = 30$ с. Участкі шляху прамалінейныя. Начарціце чарцёж і знайдзіце сярэднюю скорасць шляху і сярэднюю скорасць перамяшчэння цацкі.

5. Вучань на ўроку фізкультуры прабег $N = 2{,}5$ круга радыусам $R = 60$ м за прамежак часу $\Delta t = 10$ мін. Знайдзіце шлях і перамяшчэнне вучня. Чаму роўны модуль сярэдняй скорасці перамяшчэння вучня? Чаму роўна сярэдняя скорасць шляху?

6. Пасажырскі катэр палову часу рухаўся з пастаяннай скорасцю, модуль якой $v_1 = 30\ \frac{км}{г}$. З якой па модулі пастаяннай скорасцю ён павінен рухацца на працягу часу, што застаўся, каб модуль яго сярэдняй скорасці быў роўны $\langle v \rangle = 40\ \frac{км}{г}$?

7. Першую палову шляху аўтамабіль рухаўся раўнамерна са скорасцю, модуль якой $v_1 = 60\ \frac{км}{г}$, а другую — са скорасцю ў $k = 1{,}5$ раза меншай. Знайдзіце сярэднюю скорасць руху аўтамабіля на ўсім шляху.


8. Лікавае значэнне якой фізічнай велічыні паказвае спідометр?

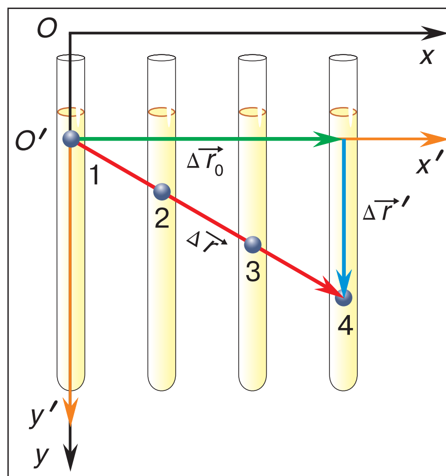
§ 10. Складанне скарасцей



Мал. 74

У штодзённым жыцці мы часта сустракаемся з сітуацыямі, у якіх адны целы рухаюцца адносна другіх цел, што таксама рухаюцца. Напрыклад, пасажыр перамяшчаецца па вагоне поезда, які рухаецца, дзяўчына ідзе па эскалатары, які рухаецца (мал. 74), катэр перасякае раку з быстрым цячэннем і г. д. Якія ж заканамернасці такіх рухаў? Як вызначыць скорасць катэра адносна берага, ведаючы яго скорасць адносна вады і скорасць цячэння вады?

Правядзём дослед. Апусцім металічны шарык у запоўненую цукарным сіропам шкляную трубку, якая, застаючыся вертыкальнай, перамяшчаецца адносна школьнай дошкі ў гарызантальным напрамку (мал. 75). Сістэму адліку K, звязаную з дошкай, назавём нерухомай, а сістэму адліку K', звязаную з трубкай, — рухомай. Назіраючы за рухам шарыка, будзем адзначаць на дошцы яго становішча праз кожныя 10 с (пункты *1, 2, 3, 4*).



Мал. 75

З малюнка 75 відаць, што адносна трубкі (рухомай сістэмы адліку K') шарык

за 30 с выканаў перамяшчэнне $\Delta\vec{r}\,'$. Сама ж сістэма адліку K' за гэты час выканала перамяшчэнне $\Delta\vec{r}_0$ адносна нерухомай сістэмы адліку K (школьнай дошкі). Відаць таксама, што перамяшчэнне $\Delta\vec{r}$ шарыка адносна дошкі (нерухомай сістэмы адліку K) роўна вектарнай суме перамяшчэнняў $\Delta\vec{r}\,'$ і $\Delta\vec{r}_0$:

$$\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}\,' + \Delta\vec{r}_0. \quad (1)$$

Перамяшчэнне цела $\Delta\vec{r}$ адносна нерухомай сістэмы адліку роўна вектарнай суме яго перамяшчэнняў $\Delta\vec{r}\,'$ адносна рухомай сістэмы і перамяшчэння $\Delta\vec{r}_0$ рухомай сістэмы адліку адносна нерухомай.

Зразумела, што гаворыцца аб перамяшчэннях, якія адбываюцца за адзін і той жа прамежак часу Δt. Падзяліўшы кожны з вектараў у формуле (1) на Δt, атрымаем:

$$\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta\vec{r}\,'}{\Delta t} + \frac{\Delta\vec{r}_0}{\Delta t}. \quad (2)$$

Вектар $\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \vec{v}$ — гэта скорасць руху шарыка адносна нерухомай сістэмы адліку K (школьнай дошкі), $\frac{\Delta\vec{r}\,'}{\Delta t} = \vec{v}\,'$ — гэта скорасць руху шарыка адносна рухомай сістэмы адліку K' (трубкі), а $\frac{\Delta\vec{r}_0}{\Delta t} = \vec{v}_0$ — скорасць, з якой рухомая сістэма адліку K' (трубка) рухаецца адносна нерухомай K (дошкі). Такім чынам,

$$\vec{v} = \vec{v}\,' + \vec{v}_0. \quad (3)$$

Скорасць цела адносна нерухомай сістэмы адліку роўна вектарнай суме яго скорасці адносна рухомай сістэмы адліку і скорасці рухомай сістэмы адліку адносна нерухомай.

Дадзенае сцвярджэнне мае назву **закона складання скарасцей Галілея**. Ён справядлівы і для тых цел, якія рухаюцца нераўнамерна. У гэтым выпадку вектары $\vec{v}$, $\vec{v}\,'$, і $\vec{v}_0$ у формуле (3) з'яўляюцца імгненнымі скарасцямі.

Закон складання скарасцей (3) выкарыстоўваецца пры рашэнні многіх практычна важных задач. Ён дазваляе знайсці скорасць снарада, выпушчанага з рухомага танка, скорасць самалёта, які заходзіць на пасадку пры моцным ветры (мал. 76), і г. д.



Мал. 76

Закон складання скарасцей Галілея прымяняльны толькі для рухаў са скарасцямі, якія ў шмат разоў меншыя за скорасць святла $\left(c = 3 \cdot 10^8\ \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)$. Такія скарасці называюцца *нерэлятывісцкімі*. З формулай складання *рэлятывісцкіх* скарасцей (г. зн. параўнальных са скорасцю святла) вы пазнаёміцеся ў 11-м класе.

Галоўныя вывады

1. Перамяшчэнне цела ў нерухомай сістэме адліку роўна вектарнай суме яго перамяшчэнняў у рухомай сістэме і перамяшчэння рухомай сістэмы адліку адносна нерухомай.

2. Скорасць цела ў нерухомай сістэме адліку роўна вектарнай суме яго скорасці ў рухомай сістэме адліку і скорасці рухомай сістэмы адносна нерухомай.

3. Закон складання скарасцей у выглядзе $\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_0$ справядлівы толькі для скарасцей, якія значна меншыя за скорасць святла, г. зн. пры $v \ll c$.

Кантрольныя пытанні

1. Чаму не мае сэнсу гаварыць аб скорасці цела, не паказаўшы сістэму адліку?
2. Як вызначыць перамяшчэнне цела адносна нерухомай сістэмы адліку, ведаючы яго перамяшчэнне адносна рухомай сістэмы адліку?
3. Ці можна паставіць дослед з шарыкам у трубцы так, каб скорасць шарыка адносна школьнай дошкі была роўна нулю? Як гэта зрабіць?
4. У чым сэнс закона складання скарасцей Галілея? У якіх выпадках ён прымяняльны?

Прыклад рашэння задачы

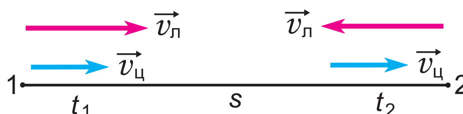
Шлях ад адной прыстані да другой маторная лодка прайшла па цячэнні ракі за час $t_1 = 0{,}30$ г, а зваротны шлях — за час $t_2 = 0{,}70$ г. Модуль скорасці цячэння вады $v_ц = 7{,}2\ \frac{км}{г}$. Вызначце модуль скорасці руху лодкі адносна вады, лічачы яго пастаянным.

Дадзена:
$v_ц = 7{,}2\ \frac{км}{г}$
$t_1 = 0{,}30$ г
$t_2 = 0{,}70$ г

$v_л$ — ?

Рашэнне

Зробім малюнак (мал. 77) да ўмовы задачы.



Мал. 77

Адносна берага лодка плыла па цячэнні (ад прыстані *1* да прыстані *2*) са скорасцю, модуль якой $v_{12} = v_л + v_ц$, а назад (ад прыстані *2* да *1*) — са скорасцю, модуль якой $v_{21} = v_л - v_ц$. Тады:

шлях ад прыстані *1* да прыстані *2*: $s = (v_л + v_ц)t_1$; (1)

а шлях ад прыстані *2* да прыстані *1*: $s = (v_л - v_ц)t_2$. (2)

З формул (1) і (2): $v_л t_1 + v_ц t_1 = v_л t_2 - v_ц t_2$;

$$v_л = \frac{v_т(t_1 + t_2)}{t_2 - t_1} = \frac{7{,}2\ \frac{км}{г} \cdot 1\ г}{0{,}4\ г} = 18\ \frac{км}{г}.$$

Адказ: $v_л = 18\ \frac{км}{г}$.

Практыкаванне 6

1. Як знайсці скорасць плыўца адносна берага ракі, ведаючы яго скорасць адносна вады і скорасць цячэння вады ў рацэ?

2. Для чаго спартсмен, перад тым як кінуць кап'ё, разбягаецца?

3. Ці аднолькавыя далёкасці палёту снарадаў, якія выпушчаны з нерухомага і з рухомага танка? Чаму?

4. Модуль скорасці руху катэра адносна вады $v_1 = 4{,}0\ \frac{м}{с}$. Якія значэнні можа прыняць модуль скорасці руху катэра адносна берага, калі модуль скорасці цячэння вады $v_2 = 1{,}5\ \frac{м}{с}$?

5. Верталёт ляціць з Мінска на поўдзень. Модуль скорасці руху верталёта адносна паветра $v_1 = 54\ \frac{км}{г}$. У напрамку з поўначы на поўдзень дзьме вецер, модуль скорасці якога $v_2 = 10\ \frac{м}{с}$. Знайдзіце модуль скорасці верталёта адносна Зямлі і яго перамяшчэнне за час $t = 30$ мін палёту.

6. Рашыце задачу 5 для выпадкаў, калі вецер дзьме: а) з поўдня на поўнач; б) з захаду на ўсход. Рашэнне пацвердзіце з дапамогай чарцяжу.

7. Плыт шырынёй $l = 10$ м плыве па рацэ са скорасцю, модуль якой $v_1 = 3{,}0\ \frac{м}{с}$. Плытагон, які быў на плыце, перайшоў з аднаго краю плыта на другі і вярнуўся назад. Чаму роўны модулі перамяшчэння плытагона за гэты час адносна плыта і адносна берага, калі скорасць руху плытагона адносна плыта $\vec{v}_2$ накіравана перпендыкулярна скорасці цячэння вады, а яе модуль $v_2 = 1{,}0\ \frac{м}{с}$? Знайдзіце таксама модуль скорасці руху плытагона адносна берага.

8. Упоперак ракі нацягнуты трос. Плывец павінен пераплысці цераз раку, плывучы паралельна тросу. Модуль скорасці цячэння вады $v_1 = 0{,}50\ \frac{м}{с}$. Пад якім вуглом да тросу павінна быць накіравана скорасць руху плыўца $\vec{v}_2$ адносна вады, калі яе модуль $v_2 = 1{,}0\ \frac{м}{с}$? Чаму роўны модуль скорасці руху плыўца адносна берага? Колькі часу будзе працягвацца пераправа пры шырыні ракі $l = 97$ м?



9. Дакажыце, што перамяшчэнне на катэры на адлегласць l уніз і ўверх па рацэ займае больш часу, чым на такую ж адлегласць па возеры.

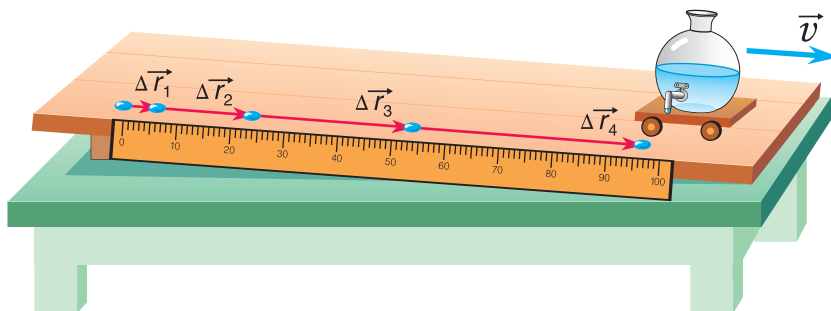


10. Эскалатар метро падымае пасажыра, які стаіць на ім, за час $t_1 = 0{,}5$ мін. Па нерухомым эскалатары пасажыр падняўся б за час $t_2 = 1{,}5$ мін. За які час падымецца пасажыр, ідучы па рухомым эскалатары?

§ 11. Паскарэнне

Рух цел у звычайных умовах — і не раўнамерны, і не прамалінейны. Аўтамабілі, самалёты, дэталі механізмаў і г. д. паскараюць або запавольваюць свой рух, змяняюць яго напрамак. Што разумеюць пад паскарэннем у кінематыцы?

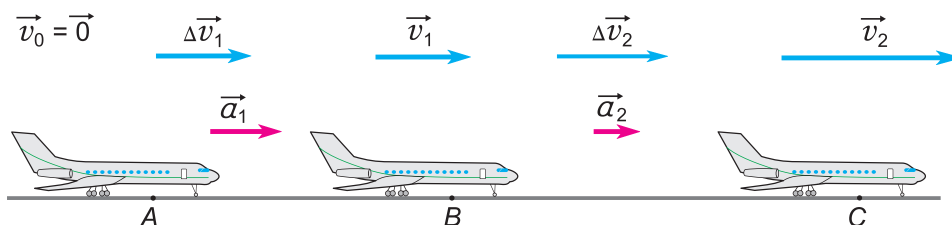
Правядзём дослед. Па дошцы, устаноўленай пад невялікім нахілам, пусцім цялежку з кропельніцай (мал. 78). Кропельніцу папярэдне адрэгулюем так, каб кроплі капалі адна за адной з інтэрвалам $\Delta t = 1$ с. На дошцы пад кропельніцай змесцім лінейку. Становішча слядоў ад кропель на папяровай палосцы паказвае, што перамяшчэнне цялежкі за кожную наступную секунду большае, чым за папярэднюю.



Мал. 78

Павелічэнне перамяшчэння цялежкі за аднолькавыя прамежкі часу сведчыць аб тым, што яе скорасць змяняецца. Якая велічыня характарызуе змяненне скорасці? Хуткасць гэтага змянення?

Разгледзім рух самалёта пры разбегу перад узлётам (мал. 79). Няхай праз 4,0 с пасля пачатку руху яго скорасць мела значэнне $v_1 = 8{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$ (у пункце B), а ў канцы дзясятай секунды — значэнне $v_2 = 17{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$ (у пункце C).



Мал. 79

Чаму роўна змяненне скорасці руху самалёта за прамежак часу ад $t_0 = 0$ да $t_1 = 4{,}0$ с (г. зн. на ўчастку *AB*)? Яно роўна $\Delta\vec{v}_1 = \vec{v}_1 - \vec{v}_0$. А наколькі змянялася скорасць на ўчастку *BC*? Гэта змяненне роўна $\Delta\vec{v}_2 = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$.

Паколькі $|\Delta\vec{v}_1| = 8{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, а $|\Delta\vec{v}_2| = 9\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, то на ўчастку *BC* змяненне скорасці было большым. Ці азначае гэта, што на гэтым участку скорасць самалёта змянялася **хутчэй**, чым на ўчастку *AB*?

Падзелім змяненне скорасці на прамежак часу, за які гэта змяненне адбылося. Для першага ўчастку атрымаем велічыню $\vec{a}_1 = \frac{\Delta\vec{v}_1}{\Delta t_1}$, для другога — $\vec{a}_2 = \frac{\Delta\vec{v}_2}{\Delta t_2}$. Паколькі $|\vec{a}_2| = 1{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, а $|\vec{a}_1| = 2{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, то скорасць самалёта павялічвалася хутчэй на ўчастку *AB*.

Менавіта велічыня $\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$, называемая ***паскарэннем***, характарызуе *хуткасць* змянення скорасці.

Паскарэнне — гэта фізічная вектарная велічыня, модуль якой лікава роўны модулю змянення скорасці за адзінку часу, а напрамак супадае з напрамкам вектара змянення скорасці:

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}. \qquad (1)$$

Формула (1) вызначае сярэдняе паскарэнне за прамежак часу Δt. Па гэтай формуле можна з неабходнай дакладнасцю знайсці і імгненнае паскарэнне. Трэба толькі (як і пры пераходзе ад сярэдняй скорасці да імгненнай, гл. § 9) знаходзіць паскарэнне за дастаткова малы прамежак часу.

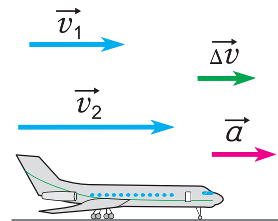
Адзінкай паскарэння ў СІ з'яўляецца 1 $\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ — паскарэнне цела, якое рухаецца прамалінейна і модуль скорасці якога змяняецца на 1 $\frac{\text{м}}{\text{с}}$ за секунду.

Паскарэнне — адна з самых важных велічынь у механіцы. Усім вядома, што плаўнае тармажэнне аўтамабіля, аўтобуса, поезда практычна неадчувальнае для пасажыраў, а рэзкае — вельмі небяспечнае. Значыць, вырашальнае значэнне тут мае не змяненне скорасці, а хуткасць гэтага змянення, г. зн. паскарэнне. Кантраляваць паскарэнне неабходна пры руху транспарта, пры рабоце розных механізмаў, пры запуску касмічных караблёў і г. д. Для вымярэння паскарэння існуюць спецыяльныя прыборы — акселерометры (мал. 80) (лац. accelero — паскараю і грэч. metreô — вымяраю).



Мал. 80

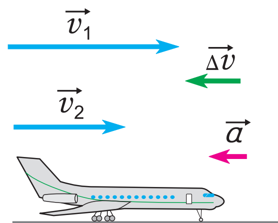
На аўтамабілі можна ўстанавіць устройства, забяспечанае акселерометрам і радыёперадатчыкам, якое ў выпадку аварыі практычна імгненна паведаміць пра яе ў службу выратавання. Устройства спрацуе ад паскарэння, якое ўзнікае пры кароткатэрміновым сутыкненні і дасягае велізарнага значэння.



Мал. 81

Як накіравана паскарэнне? З формулы (1) відаць, што напрамак паскарэння супадае з напрамкам змянення скорасці $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$. А які напрамак мае паскарэнне ў адносінах да скорасці $\vec{v}_2$? Пры разбегу самалёта перад узлётам напрамкі паскарэння і скорасці руху самалёта супадаюць (мал. 81).

Але ці заўсёды гэта так?



Мал. 82

Разгледзім рух самалёта, які запавольвае свой рух пры пасадцы (мал. 82). Няхай модуль яго скорасці за прамежак часу $\Delta t = 2{,}5$ с паменшыўся ад $v_1 = 20{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$ да $v_2 = 15{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Значыць, модуль паскарэння самалёта: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 2{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Напрамак жа паскарэння вызначаецца напрамкам вектара $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$. У дадзеным выпадку ён накіраваны супраць скорасці самалёта (гл. мал. 82).

Пры прамалінейным руху паскарэнне $\vec{a}$ накіравана або па скорасці $\vec{v}$ (калі яе модуль павялічваецца), або супраць скорасці (калі яе модуль памяншаецца).

Звярніце ўвагу на тое, што рух цела і з павелічэннем модуля скорасці (з наборам скорасці, з разгонам цела), і з яго памяншэннем (са стратай скорасці, з тармажэннем) з'яўляецца рухам з няроўным нулю паскарэннем. Адрозненне толькі ў напрамку паскарэння $\vec{a}$ у адносінах да скорасці $\vec{v}$.

А як накіравана паскарэнне пры крывалінейным руху? Гэта пытанне вельмі важнае. Мы разгледзім яго ў § 15. Адзначым толькі, што пры крывалінейным руху, з-за змянення напрамку скорасці, паскарэнне $\vec{a}$ будзе адрозніваецца ад нуля, нават калі модуль скорасці не змяняўся ў працэсе руху.

Толькі пры раўнамерным прамалінейным руху паскарэнне ў любы момант часу роўна нулю.

Самым простым з усіх нераўнамерных рухаў з'яўляецца прамалінейны рух з пастаянным паскарэннем. Калі пры такім руху модуль скорасці павялічваецца, то яго называюць **роўнапаскораным**, калі памяншаецца — **роўназапаволеным**.

Пры руху з пастаянным паскарэннем

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{\Delta t} = \overrightarrow{\text{const}},$$

а праекцыя паскарэння на любую вось, напрыклад на каардынатную вось Ox, пастаянная і роўна:

$$a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{\Delta t}. \qquad (2)$$

Галоўныя вывады

1. Паскарэнне характарызуе хуткасць змянення скорасці.

2. Паскарэнне $\vec{a}$ накіравана па вектары змянення скорасці $\Delta\vec{v}$.

3. Пры прамалінейным руху паскарэнне накіравана або па скорасці (калі яе модуль павялічваецца), або процілегла скорасці (калі яе модуль памяншаецца).

4. Толькі пры раўнамерным прамалінейным руху паскарэнне ў любы момант часу роўна нулю.

Кантрольныя пытанні

1. Куды накіравана паскарэнне? Як знайсці яго модуль?
2. У якіх адзінках вымяраецца паскарэнне?
3. Як накіравана паскарэнне ў адносінах да скорасці пры прамалінейным руху?
4. Ці роўна нулю паскарэнне руху, пры якім модуль скорасці застаецца пастаянным, а напрамак скорасці змяняецца? Чаму?



5. Ці можа паскарэнне быць не роўным нулю ў той момант, калі роўна нулю скорасць? Адказ абгрунтуйце.

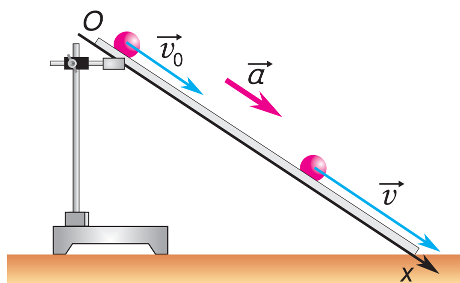


6. Ад чаго залежыць знак праекцыі паскарэння? Разгледзьце абодва прыклады (гл. мал. 81, 82) і два варыянты напрамкаў восі Ox (управа і ўлева на малюнку).

§ 12. Скорасць пры прамалінейным руху з пастаянным паскарэннем

Самы просты з усіх нераўнамерных рухаў — прамалінейны рух з пастаянным паскарэннем. Пры якіх умовах ён будзе роўнапаскораным? Роўназапаволеным? Як знайсці імгненную скорасць цела, якое рухаецца з пастаянным паскарэннем?

Разгледзім рух шарыка па нахіленым жолабе (мал. 83). Трэнне пры руху не ўлічваем. Паскарэнне шарыка $\vec{a}$ лічым пастаянным. У момант $t_0 = 0$ шарыку была нададзена пачатковая скорасць $\vec{v}_0$. Напрамкі вектараў $\vec{a}$ і $\vec{v}_0$ паказаны на малюнку 83. Як знайсці імгненную скорасць руху шарыка?



Мал. 83

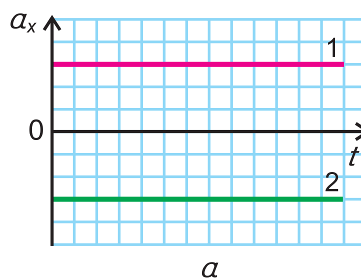
З азначэння паскарэння $\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ знаходзім змяненне скорасці шарыка: $\Delta\vec{v} = \vec{a}\Delta t$. Падстаўляючы сюды $\Delta\vec{v} = \vec{v} - \vec{v}_0$ і $\Delta t = t - t_0 = t$, атрымаем: $\vec{v} - \vec{v}_0 = \vec{a}t$. Такім чынам,

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t. \quad (1)$$

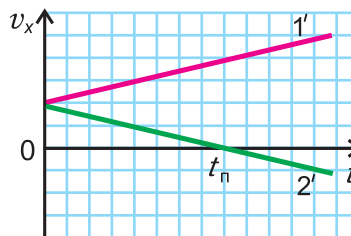
Імгненная скорасць руху з пастаянным паскарэннем лінейна залежыць ад часу.

А як залежыць ад часу праекцыя скорасці руху шарыка на вось Ox (гл. мал. 83)? З формулы (1) вынікае:

$$v_x = v_{0x} + a_x t. \quad (2)$$



а



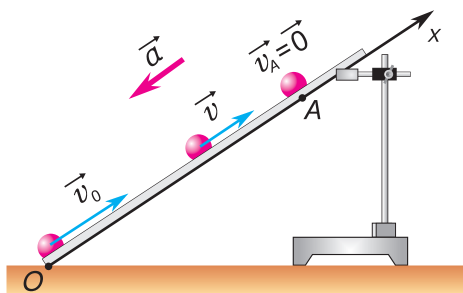
б

Мал. 84

Калі вось Ox выбрана так, як паказана на малюнку 83, то для разглядаемага руху шарыка $v_{0x} = v_0 > 0$, $a_x = a > 0$ і $v_x = v_0 + at$. Адпаведныя графікі залежнасцей праекцый паскарэння a_x і скорасці v_x ад часу (прамыя *1* і *1′*) паказаны на малюнку 84, *а*, *б*. Яны апісваюць **роўнапаскораны** рух.

Разгледзім другі прыклад, адрозны ад першага тым, што пачатковая скорасць шарыка $\vec{v}_0$ накіравана ўздоўж жолаба ўверх (мал. 85). Рухаючыся ўверх, шарык будзе паступова губляць скорасць. У пункце *A* ён на імгненне спыніцца і пачне скочвацца ўніз.

Выбраўшы вось Ox, як паказана на малюнку 85, атрымаем: $a_x = -a < 0$, $v_{0x} = v_0 > 0$, $v_x = v_0 - at$. Па гэтых формулах пабудуем графікі залежнасці праекцый паскарэння a_x і скорасці v_x ад часу (гл. мал. 84, *а*, *б*, прамыя *2* і *2′*).



Мал. 85

Графік *2* паказвае, што паскарэнне шарыка пастаяннае і мае напрамак, процілеглы напрамку восі *Ox*.

Графік *2′* паказвае, што спачатку, пакуль шарык рухаўся ўверх, праекцыя скорасці v_x была дадатная. Яна памяншалася і ў момант часу $t = t_п$ была роўна нулю. У гэты ж момант шарык дасягнуў пункта *A* (гл. мал. 85) — пункта павароту, напрамак скорасці шарыка змяніўся на процілеглы. Пасля гэтага, г. зн. пры $t > t_п$, шарык рухаецца ўніз, і праекцыя скорасці робіцца адмоўнай.

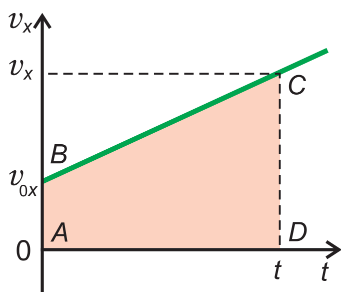
З графікаў *2* і *2′* (гл. мал. 84, *а*, *б*) і малюнка 85 відаць, што да моманту павароту, г. зн. пры $t < t_п$, скорасць $\vec{v}$ і паскарэнне $\vec{a}$ маюць процілеглыя напрамкі, а модуль скорасці памяншаецца — шарык рухаецца **роўназапаволена**. Пры $t > t_п$ напрамкі $\vec{v}$ і $\vec{a}$ супадаюць, а модуль скорасці павялічваецца — рух шарыка робіцца **роўнапаскораным**.

Пабудуйце для абодвух прыкладаў графікі залежнасці модуля скорасці ад часу.

Якія яшчэ заканамернасці прамалінейнага руху з пастаянным паскарэннем можна вызначыць з дапамогай графікаў?

У § 8 для раўнамернага прамалінейнага руху мы паказалі, што плошча фігуры паміж графікам праекцыі скорасці v_x і воссю часу (гл. мал. 56) лікава роўна праекцыі перамяшчэння Δr_x. Прымем без доказу, што гэта правіла можна прымяняць і да нераўнамерных рухаў. Тады, згодна з малюнкам 86, праекцыя перамяшчэння Δr_x пры руху з пастаянным паскарэннем вызначаецца плошчай трапецыі *ABCD*. Гэта плошча роўна здабытку паўсумы асноў трапецыі $\frac{AB + DC}{2}$ на яе вышыню *AD*. Такім чынам,

$$\Delta r_x = \frac{v_{0x} + v_x}{2} t. \qquad (3)$$



Мал. 86

Паколькі сярэдняе значэнне праекцыі скорасці $\langle v_x \rangle = \frac{\Delta r_x}{\Delta t}$, то з формулы (3) вынікае:

$$\langle v_x \rangle = \frac{v_{0x} + v_x}{2}. \qquad (4)$$

Пры руху з пастаянным паскарэннем суадносіна, аналагічная роўнасці (4), выконваецца не толькі для праекцый, але і для вектараў:

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\vec{v}_0 + \vec{v}}{2}. \quad (5)$$

Сярэдняя скорасць руху з пастаянным паскарэннем роўна паўсуме пачатковай і канечнай скарасцей.

Формулы (3), (4) і (5) нельга выкарыстоўваць для руху з непастаянным паскарэннем. Гэта можа прывесці да грубых памылак.

Праверце самастойна, што плошча фігуры, якая абмежавана графікам праекцыі паскарэння a_x і воссю часу t (гл. мал. 84, *а*), узятая са знакам «+» пры $a_x > 0$ і са знакам «–» пры $a_x < 0$, лікава роўна змяненню праекцыі скорасці Δv_x за час ад 0 да t. Дакажыце таксама, што тангенс вугла нахілу графіка праекцыі скорасці v_x да восі часу t (гл. мал. 84, *б*), лікава роўны праекцыі паскарэння a_x.

Галоўныя вывады

1. Пры руху з пастаянным паскарэннем скорасць лінейна залежыць ад часу.
2. Калі пры прамалінейным руху з пастаянным паскарэннем напрамкі імгненнай скорасці і паскарэння супадаюць, то цела рухаецца роўнапаскорана, калі гэтыя напрамкі процілеглыя — то роўназапаволена.
3. Сярэдняя скорасць руху з пастаянным паскарэннем роўна паўсуме пачатковай і канечнай скарасцей.

Кантрольныя пытанні

1. Як залежыць скорасць ад часу пры руху з пастаянным паскарэннем?
2. Што ўяўляе сабой графік праекцыі скорасці пры прамалінейным руху з пастаянным паскарэннем?
3. Ці можа пры руху з пастаянным паскарэннем паўтарыцца значэнне модуля скорасці цела? Калі гэта магчыма? Прывядзіце прыклады.
4. Як, ведаючы праекцыі v_x і a_x, вызначыць, цела рухаецца паскорана ці запаволена?
5. У якіх выпадках праекцыі вектараў v_x, v_{0x} і a_x роўны модулям вектараў $\vec{v}$, $\vec{v}_0$ і $\vec{a}$?
6. Што адбываецца са скорасцю руху цела ў момант часу $t = t_п$ (гл. мал. 84, *б*)?
7. Што можна вызначыць з графікаў праекцыі паскарэння і праекцыі скорасці?

Прыклад рашэння задачы

Аўтамабіль рухаўся са скорасцю, модуль якой $v_1 = 72\ \frac{км}{г}$. Убачыўшы чырвонае святло святлафора, вадзіцель на ўчастку шляху $s = 50$ м раўнамерна знізіў скорасць да $v_2 = 18\ \frac{км}{г}$. Вызначце характар руху аўтамабіля. Знайдзіце напрамак і модуль паскарэння, з якім рухаўся аўтамабіль пры тармажэнні.

Дадзена:

$v_1 = 72\ \frac{км}{г} = 20\ \frac{м}{с}$

$v_2 = 18\ \frac{км}{г} = 5{,}0\ \frac{м}{с}$

$s = 50$ м

a — ?

Рашэнне

Рух аўтамабіля быў роўназапаволеным. Паскарэнне аўтамабіля накіравана процілегла напрамку яго руху. Модуль паскарэння:

$$a = \left|\frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}\right| = \frac{|v_2 - v_1|}{\Delta t}.$$

Час тармажэння:

$$\Delta t = \frac{s}{\langle v \rangle},\ \text{дзе}\ \langle v \rangle = \frac{v_2 + v_1}{2}.$$

Тады

$$a = \left|\frac{(v_2 - v_1)(v_2 + v_1)}{2s}\right| = \frac{\left|v_2^2 - v_1^2\right|}{2s} = \frac{400\ \frac{м^2}{с^2} - 25\ \frac{м^2}{с^2}}{2 \cdot 50\ м} \approx 3{,}8\ \frac{м}{с^2}.$$

Адказ: $a = 3{,}8\ \frac{м}{с^2}$.

Практыкаванне 7

1. Веласіпедыст, рухаючыся роўнапаскорана па нахіленым участку шашы, павялічыў модуль скорасці свайго руху ад $v_1 = 3{,}0\ \frac{м}{с}$ да $v_1 = 6{,}0\ \frac{м}{с}$ за час $\Delta t = 10$ с. З якім паскарэннем рухаўся веласіпедыст?

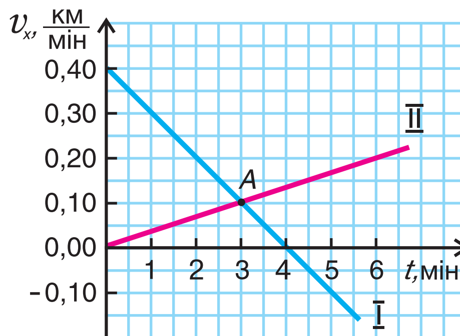
2. Лакаматыў, набліжаючыся да станцыі, змяніў модуль скорасці руху ад $v_1 = 72\ \frac{км}{г}$ да нуля за прамежак часу $\Delta t = 1{,}5$ мін. Вызначце модуль паскарэння руху лакаматыва. Куды накіравана паскарэнне?

3. Якую максімальную скорасць за час $t = 12$ с набываюць санкі, на якіх дзеці з'язджаюць з гары, калі модуль паскарэння санак $a = 0{,}80\ \frac{м}{с^2}$?

4. Маторная лодка рухалася з пастаянным паскарэннем, праекцыя якога $a_x = -0{,}30\ \frac{м}{с^2}$. Праекцыя скорасці лодкі змянілася ад $v_{1x} = 4{,}0\ \frac{м}{с}$ да $v_{2x} = 1{,}0\ \frac{м}{с}$. За які прамежак часу адбылося гэта змяненне?

5. Праекцыя v_y імгненнай скорасці сігнальнай ракеты, выпушчанай з ракетніцы вертыкальна ўверх, змяняецца з цягам часу па законе: $v_y = A - Bt$, дзе

$A = 200\ \frac{м}{с}$, $B = 9{,}81\ \frac{м}{с^2}$. Вызначце модуль скорасці вылету ракеты з ракетніцы. Чаму роўны модуль паскарэння ракеты? Як накіравана паскарэнне? Якой будзе праекцыя скорасці ракеты праз час $t = 10{,}0$ с руху? Праз які прамежак часу ракета дасягне найвышэйшага пункта палёту?



Мал. 87

6. Па графіках праекцый скорасці руху матацыкліста I і бегуна II (мал. 91) вызначце: а) праекцыі паскарэння іх руху; б) праекцыі іх скорасці ў момант часу $t = 3{,}0$ мін; в) прамежак часу руху матацыкліста да спынення. Запішыце ўраўненні праекцый скорасці $v_x(t)$ для кожнага з рухаў. Што азначае пункт A перасячэння графікаў праекцый скорасці?



7. З аэрастата, які падымаецца вертыкальна ўверх з пастаяннай скорасцю v_0, выкінуты баласт. Начарціце графік праекцыі v_y скорасці руху баласту адносна Зямлі. Вось Oy накіруйце: а) вертыкальна ўверх; б) вертыкальна ўніз.

§ 13. Шлях, перамяшчэнне і каардыната цела пры прамалінейным руху з пастаянным паскарэннем

У папярэднім параграфе мы паказалі, што імгненная скорасць цела пры прамалінейным руху з пастаянным паскарэннем лінейна залежыць ад часу. А якая пры гэтым залежнасць ад часу яго каардынаты? Яго перамяшчэння? Пройдзенага ім шляху?

Пры прамалінейным руху з пастаянным паскарэннем праекцыя імгненнай скорасці лінейна залежыць ад часу:

$$v_x = v_{0x} + a_x t. \tag{1}$$

А як пры такім руху залежыць ад часу праекцыя перамяшчэння? Каардыната цела? Для праекцыі перамяшчэння ў папярэднім параграфе было знойдзена:

$$\Delta r_x = \frac{v_x + v_{0x}}{2} t. \tag{2}$$

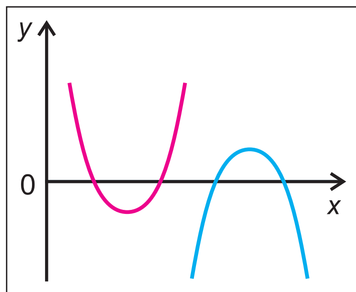
Падстаўляючы v_x з формулы (1) у формулу (2), знаходзім залежнасць праекцыі перамяшчэння ад часу:

$$\boldsymbol{\Delta r_x = v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}}. \tag{3}$$

Улічваючы, што праекцыя перамяшчэння роўна $\Delta r_x = x - x_0$, з формулы (3) знаходзім каардынату:

$$\boldsymbol{x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}}. \tag{4}$$

Формула (4) выражае **кінематычны закон** прамалінейнага руху з пастаянным паскарэннем і дазваляе вызначыць становішча цела (яго каардынату) у любы момант часу. Формулы (3) і (4) паказваюць, што і праекцыя перамяшчэння Δr_x, і каардыната цела x квадратычна залежаць ад часу. У матэматыцы квадратычную залежнасць запісваюць у выглядзе $y(x) = A + Bx + Cx^2$. Яе графік уяўляе сабой парабалу. Калі $C > 0$, то галіны парабалы накіраваны ўверх, а калі $C < 0$, — то ўніз (мал. 88).



Мал. 88

Пакажам, як залежаць ад часу праекцыя перамяшчэння і каардыната ў прыкладах з папярэдняга параграфа (рух шарыка з пастаянным паскарэннем па нахіленым жолабе, гл. мал. 83, 85).

Прымем, што модуль паскарэння шарыка $a = 5\ \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$, а модуль яго пачатковай скорасці — $v_0 = 20\ \frac{\text{см}}{\text{с}}$. Тады, у адпаведнасці з малюнкамі 83 і 85, у першым прыкладзе $v_{0x} = 20\ \frac{\text{см}}{\text{с}}$, $a_x = 5\ \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$, а ў другім — $v_{0x} = 20\ \frac{\text{см}}{\text{с}}$, $a_x = -5\ \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$.

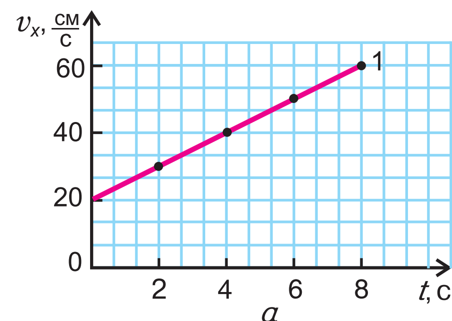
Па формулах (1) і (3) знойдзем значэнні праекцый імгненнай скорасці шарыка v_x і яго перамяшчэння Δr_x для момантаў часу $t = 2$ с, 4 с, 6 с і 8 с. Запішам атрыманыя значэнні v_x і Δr_x у табліцу.

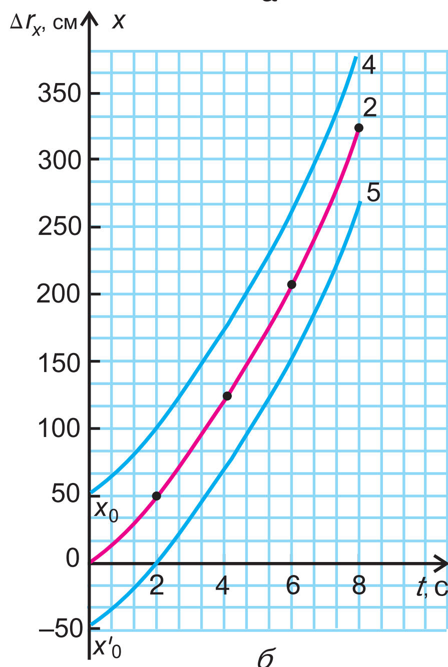
			$t = 0$	$t = 2$ с	$t = 4$ с	$t = 6$ с	$t = 8$ с
Прыклад 1	$a_x = 5\ \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$	v_x, $\frac{\text{см}}{\text{с}}$	20	30	40	50	60
	$v_{0x} = 20\ \frac{\text{см}}{\text{с}}$	Δr_x, см	0	50	120	210	320
Прыклад 2	$a_x = -5\ \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$	v_x, $\frac{\text{см}}{\text{с}}$	20	10	0	–10	–20
	$v_{0x} = 20\ \frac{\text{см}}{\text{с}}$	Δr_x, см	0	30	40	30	0

Па даных табліцы пабудуем графікі залежнасці праекцый скорасці шарыка $v_x = v_{0x} + a_x t$ і яго перамяшчэння $\Delta r_x = v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$ ад часу.

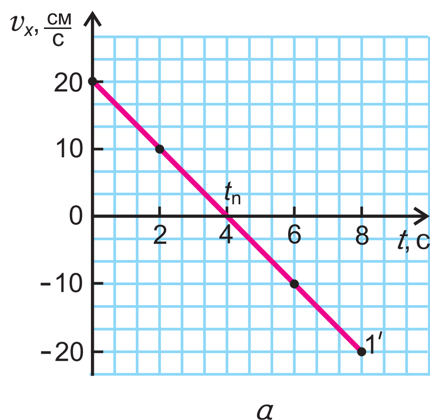
Мы бачым, што ў першым прыкладзе праекцыя перамяшчэння ўвесь час нарастае (мал. 89, *б*, крывая *2*) , а ў другім — нарастае пры $0 < t < t_п$, а затым спадае (мал. 90, *б*, крывая *2′*). Так адбываецца таму, што ў момант $t_п = 4$ с скорасць змяняе свой напрамак на процілеглы (мал. 90, *а*, графік *1′*).

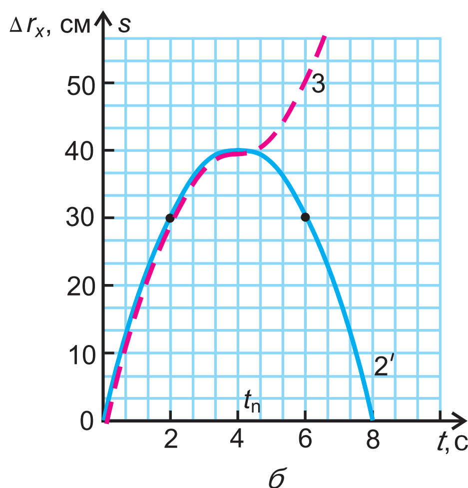
А якім будзе графік шляху? Для першага прыкладу (і да яго падобных) графік шляху супадае з графікам праекцыі перамяшчэння (гл. мал. 89, *б*, крывая *2*). Для другога — яны супадаюць толькі на прамежку часу ад 0 да $t_п$ (гл. мал. 90, *б*). Пасля моманту павароту $t_п$ праекцыя перамяшчэння пачынае памяншацца, а шлях працягвае нарастаць. З моманту часу $t_п$ шлях павялічваецца настолькі, на-





Мал. 89





Мал. 90

колькі памяншаецца праекцыя перамяшчэння. Адпаведны графік шляху паказаны на малюнку 90, *б* штрыхавой лініяй (крывая *3*).

Паколькі праекцыя перамяшчэння шарыка $\Delta r_x = x - x_0$, то графік каардынаты адрозніваецца ад графіка праекцыі перамяшчэння (гл. мал. 89, крывая *2*) толькі тым, што ён зрушаны адносна яго ўверх пры $x_0 > 0$ (крывая *4*) або ўніз пры $x_0 < 0$ (крывая *5*).

Мы ведаем, што праекцыя скорасці пры руху з пастаянным паскарэннем лінейна залежыць ад часу (формула (1)). А як змяняецца скорасць з ростам перамяшчэння?

Выразім час t з формулы (1): $t = \frac{v_x - v_{0x}}{a_x}$. Падставім гэта выражэнне ў роўнасць (2): $\Delta r_x = \frac{v_x + v_{0x}}{2} \cdot \frac{v_x - v_{0x}}{a_x} = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}$. Адсюль $v_x^2 - v_{0x}^2 = 2a_x \Delta r_x$, або

$$\boxed{v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x \Delta r_x.} \tag{5}$$

Пры руху з пастаянным паскарэннем квадрат праекцыі імгненнай скорасці лінейна залежыць ад праекцыі перамяшчэння.

Адзначым, што пры руху з пастаянным паскарэннем суадносіны, аналагічныя роўнасцям (1) і (3), выконваюцца не толькі для праекцый скорасці і перамяшчэння, але і для вектараў:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t, \tag{6}$$

$$\Delta\vec{r} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2}. \tag{7}$$

Формулы (6) і (7) справядлівыя як для прамалінейнага, так і для крывалінейнага руху з пастаянным паскарэннем, г. зн. пры $\vec{a} = \overrightarrow{\text{const}}$.

Галоўныя вывады

1. Пры прамалінейным руху з пастаянным паскарэннем перамяшчэнне і каардыната цела, якое рухаецца, з'яўляюцца квадратычнымі функцыямі часу.

2. Графікі залежнасці праекцыі перамяшчэння і каардынаты ад часу ўяўляюць сабой парабалу.

3. Вяршыня парабалы на графіку праекцыі перамяшчэння адпавядае моманту часу, пры якім скорасць руху роўна нулю.

Кантрольныя пытанні

1. Як з дапамогай графіка праекцыі скорасці вызначыць праекцыю перамяшчэння цела пры роўнапаскораным руху?
2. Якая залежнасць перамяшчэння, каардынаты і шляху ад часу пры роўнапаскораным руху?

3. Як, ведаючы графік праекцыі перамяшчэння, атрымаць графік каардынаты? Што яшчэ пры гэтым трэба ведаць?

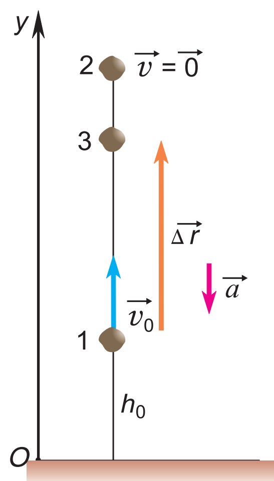
4. У якім выпадку графікі залежнасці праекцыі перамяшчэння і каардынаты ад часу супадаюць?



5. Дзе размешчана вяршыня парабалы на графіку каардынаты, калі $v_{0x} > 0$, $a_x > 0$?

Прыклад рашэння задачы

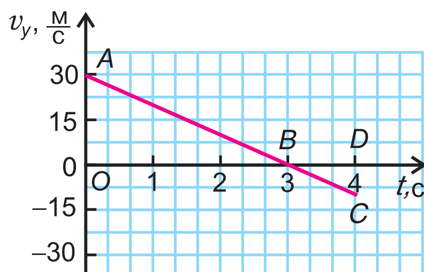
Камень кідаюць вертыкальна ўверх з вышыні $h_0 = 10$ м, надаўшы яму пачатковую скорасць, модуль якой $v_0 = 30\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Паскарэнне руху каменя накіравана вертыкальна ўніз. Яго модуль $a = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Вызначце шлях і перамяшчэнне каменя за час $t = 4{,}0$ с руху. Пабудуйце графікі праекцый скорасці і перамяшчэння, а таксама графікі шляху і каардынаты за час ад пачатку руху да моманту падзення каменя на зямлю.



Мал. 91

Дадзена:	Рашэнне
$h_0 = 10$ м $v_0 = 30\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$ $a = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ $t = 4{,}0$ с	Выберам вось Oy, як паказана на малюнку 91. Тады $v_{0y} = v_0 = 30\ \frac{\text{м}}{\text{с}};\ a_y = -a = -10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2};$ $y_0 = h_0 = 15$ м.
s — ? $\Delta\vec{r}$ — ?	Знойдзем час t_1, за які камень дасягне верхняга пункта *2* (гл. мал. 91). У гэтым пункце $v_y = 0$. Адсюль

$$v_{0y} + a_y t_1 = 0;\ t_1 = \frac{v_0}{a} = \frac{30\ \frac{\text{м}}{\text{с}}}{10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 3{,}0\ \text{с}.$$

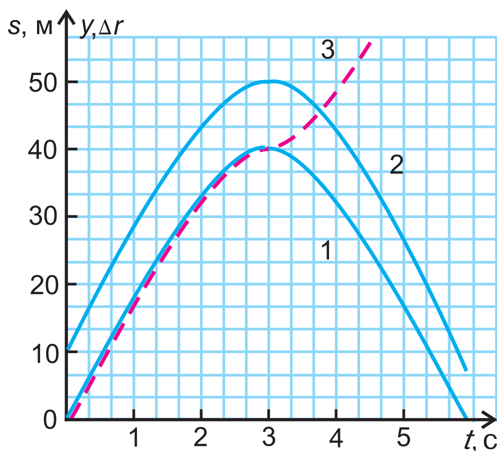


Мал. 92

Згодна з формулай $v_y = v_{0y} + a_y t$, пабудуем графік залежнасці праекцыі скорасці v_y ад часу (мал. 92).

Плошча $\triangle OAB$ мінус плошча $\triangle BDC$ (гл. мал. 92) роўна праекцыі перамяшчэння шарыка Δr_y за час $t = 4{,}0$ с, а сума гэтых плошчаў — пройдзенаму за гэты ж час шляху s:

$$\Delta r_y = \frac{1}{2} OA \cdot OB - \frac{1}{2} BD \cdot DC;$$



Мал. 93

$$s = \frac{1}{2}OA \cdot OB + \frac{1}{2}BD \cdot DC.$$

Падстаўляючы сюды $OA = 30\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $OB = 3$ с, $BD = 1$ с, $DC = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, атрымаем:

$$\Delta r_y = 40\ \text{м},\ s = 50\ \text{м}.$$

Графік залежнасці праекцыі перамяшчэння ад часу (мал. 93, графік *1*) пабудуем па формуле $\Delta r_y = v_0 t - \frac{at^2}{2}$. Графік каардынаты $y = y_0 + \Delta r_y$ атрымаем, зрушыўшы графік $\Delta r_y(t)$ на $y_0 = h_0 = 10$ м уверх (мал. 93, графік *2*). Графік шляху атрымаем з графіка $\Delta r_y(t)$, улічваючы, што пасля моманту часу $t = 3$ с (дасягнення верхняга пункта) шлях, пройдзены шарыкам, працягвае расці (мал. 93, графік *3*), у той час як праекцыя перамяшчэння спадае.

Адказ: $s = 50$ м; вектар $\Delta\vec{r}$ накіраваны з пункта *1* у пункт *3* (гл. мал. 91); $\Delta r = 40$ м.

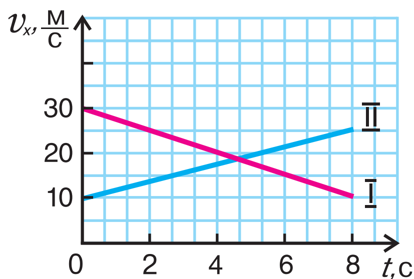
Практыкаванне 8

1. Цялежка з'язджае з вяршыні нахіленай плоскасці за час $t = 8{,}0$ с, рухаючыся з пастаянным паскарэннем, модуль якога $a = 5{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Вызначце даўжыню нахіленай плоскасці.

2. Электравоз, падыходзячы да станцыі са скорасцю, модуль якой $v = 20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, пачынае тармазіць і праз час $t = 1{,}0$ мін спыняецца. Вызначце тармазны шлях электравоза. Якой будзе суадносіна паміж шляхам і модулем перамяшчэння электравоза за час тармажэння? З якім паскарэннем рухаўся электравоз?

3. Праекцыя скорасці шарыка, які рухаецца па прамалінейным жолабе, залежыць ад часу па законе: $v_x = A + Bt$, дзе $A = 10\ \frac{\text{см}}{\text{с}}$, $B = 2{,}0\ \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$. Вызначце праекцыю паскарэння шарыка. Чаму роўна праекцыя пачатковай скорасці? Запішыце формулы шляху, модуля перамяшчэння і каардынаты шарыка, прымаючы пачатковую каардынату $x_0 = 4{,}0$ см. Знайдзіце іх значэнні праз час $t = 6{,}0$ с руху. Пабудуйце графікі шляху, праекцыі перамяшчэння і каардынаты шарыка.

4. Па графіках праекцыі скорасці (мал. 94) пабудуйце графікі праекцый паскарэння і перамяшчэння роўнапаскоранага руху двух цел. Ахарактарызуйце гэтыя рухі. Чаму роўна адносіна шляхоў, пройдзеных кожным целам да момантаў часу $t_1 = 4{,}0$ с і $t_2 = 8{,}0$ с руху? Запішыце кінематычны закон руху кожнага з цел.



Мал. 94

5. Пад'ёмны кран падымае груз са стану спакою з пастаянным паскарэннем, модуль якога $a = 0{,}3\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Як адносяцца шляхі, што праходзяцца грузам за 1, 2, 3 і 4-ю секунды руху? Пацвердзіце адказ графікам залежнасці модуля скорасці руху грузу ад часу.

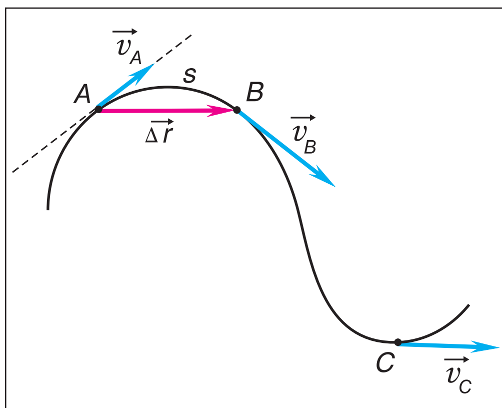
6. Кінематычны закон руху кінутай уверх металічнай шрацінкі мае выгляд: $y = At - Bt^2$, где $A = 20{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $B = 5{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Вызначце шлях, модуль перамяшчэння і каардынату шрацінкі да момантаў часу $t_1 = 2{,}0$ с, $t_2 = 4{,}0$ с і $t_3 = 6{,}0$ с ад пачатку руху. Пабудуйце графікі залежнасці ад часу праекцый паскарэння і скорасці, каардынаты шрацінкі, модуля перамяшчэння і шляху.

§ 14. Крывалінейны рух. Лінейная і вуглавая скорасці пры руху цела па акружнасці

Да гэтага часу мы вывучалі прамалінейны рух. Аднак, часцей за ўсё целы рухаюцца па крывалінейных траекторыях (мал. 95). Пры гэтым напрамак руху безупынна змяняецца. Як апісаць такі рух? Як накіравана імгненная скорасць пры крывалінейным руху?



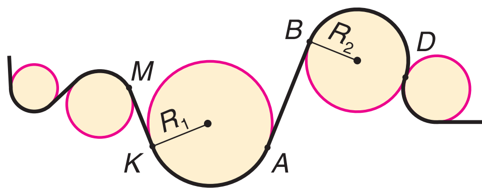
Мал. 95



Мал. 96



Мал. 97



Мал. 98

Разгледзім участак AB траекторыі (мал. 96), пройдзены матэрыяльным пунктам за прамежак часу Δt пры крывалінейным руху. Даўжыня гэтага ўчастка траекторыі ёсць шлях s, пройдзены пунктам, а вектар $\Delta\vec{r}$ уяўляе сабой перамяшчэнне пункта за гэты час. Сярэдняя скорасць перамяшчэння на ўчастку AB $\langle\vec{v}_1\rangle = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ накіравана па вектары $\Delta\vec{r}$.

Імгненная скорасць, г. зн. скорасць у дадзеным пункце траекторыі, накіравана па датычнай да траекторыі ў гэтым пункце ($\vec{v}_A$, $\vec{v}_B$, $\vec{v}_C$ на мал. 96). У гэтым можна пераканацца, назіраючы, напрыклад, за часціцамі грунту, якія адрываюцца ад кола аўтамабіля, які буксуе (мал. 97).

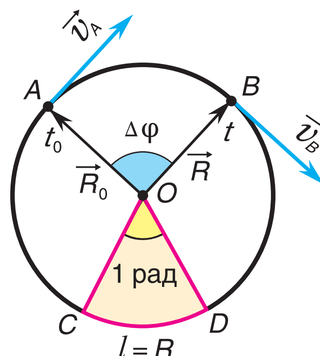
Крывалінейную траекторыю можна ўявіць як складзеную з прамалінейных участкаў (MK, AB) і дуг (KA, BD) акружнасцей адпаведных радыусаў R_1, і R_2 і г. д. (мал. 98). Вызначаць кінематычныя характарыстыкі пры прамалінейным руху мы ўжо ўмеем. Застаецца вывучыць рух па акружнасці.

Разгледзім матэрыяльны пункт (або цела, якое можна прыняць за матэрыяльны пункт), які рухаецца па акружнасці радыусам R. Будзем задаваць становішча гэтага пункта з дапамогай вектара $\vec{R}$. Яго пачатак супадае з цэнтрам акружнасці, а канец знаходзіцца там, дзе размешчаны матэрыяльны пункт у дадзены момант часу. Вектар $\vec{R}$ называюць **радыусам-вектарам**. На малюнку 99 радыус-вектар $\vec{R}_0 = \overrightarrow{OA}$ характарызуе становішча пункта, які рухаецца, у момант часу t_0, а радыус-вектар $\vec{R} = \overrightarrow{OB}$ — у момант часу t. Пры руху пункта па акружнасці яго радыус-вектар безупынна паварочваецца — выконвае вярчальны рух. Напрыклад, калі за час Δt пункт, які рухаецца, перамесціцца па акружнасці

з пункта A ў пункт B (гл. мал. 99), то за гэты час яго радыус-вектар павернецца на вугал $\Delta\varphi$.

У СІ вугал павароту вымяраецца ў *радыянах* (скарочана — *рад*). **Вугал у 1 рад — гэта цэнтральны вугал, даўжыня l дугі якога роўна радыусу R акружнасці** (гл. мал. 99, вугал COD). Значэнне любога вугла ў радыянах роўна адносіне даўжыні дугі да радыуса акружнасці:

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta l}{R}. \quad (1)$$



Мал. 99

Калі матэрыяльны пункт выканаў поўны абарот, г. зн. прайшоў шлях $l = 2\pi R$, то вугал павароту яго радыуса-вектара будзе роўны 2π рад.

Няхай модуль скорасці часціцы пры яе руху па акружнасці не змяняецца ($v = \text{const}$). Тады за любыя роўныя прамежкі часу матэрыяльны пункт будзе праходзіць аднолькавыя шляхі, а яго радыус-вектар — паварочвацца на аднолькавыя вуглы. Такое вярчэнне называюць раўнамерным.

Будзьце ўважлівымі! Нават калі радыус-вектар пункта верціцца раўнамерна, напрамак скорасці руху матэрыяльнага пункта, які рухаецца па акружнасці, бесперапынна змяняецца (гл. мал. 99). Яго скорасць як вектар не застаецца пастаяннай $\left(\vec{v} \neq \overrightarrow{\text{const}}\right)$, а значыць, паскарэнне не роўна нулю ($\vec{a} \neq 0$)!

Хуткасць вярчальнага руху характарызуюць **вуглавой скорасцю.** Яе абазначаюць літарай ω (амега).

Пры раўнамерным вярчэнні **вуглавая скорасць вызначаецца як велічыня, лікава роўная вуглу павароту радыуса-вектара за адзінку часу:**

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}. \quad (2)$$

Адзінкай вуглавой скорасці ў СІ з'яўляецца *1 радыян у секунду* $\left(1\frac{\text{рад}}{\text{с}}\right)$.

Вуглавая скорасць пры раўнамерным вярчэнні застаецца пастаяннай.

Як звязаны паміж сабой скорасць матэрыяльнага пункта, які рухаецца па акружнасці (яе называюць **лінейнай скорасцю**), і вуглавая скорасць вярчэння яго радыуса-вектара?

Падставім выраз для вугла павароту $\Delta\varphi$ з формулы (1) у формулу (2): $\omega = \frac{\Delta l}{R\Delta t}$. Адносіна Δl да Δt роўна модулю лінейнай скорасці: $\frac{\Delta l}{\Delta t} = v$. Значыць,

$$\omega = \frac{v}{R}. \quad (3)$$

Важнай характарыстыкай руху па акружнасці са скорасцю, модуль якой пастаянны, з'яўляецца **перыяд абарачэння. Ён роўны часу, за які матэрыяльны пункт праходзіць поўны абарот па акружнасці.**

Абазначым перыяд літарай T. За час, роўны перыяду, радыус-вектар паварочваецца на вугал $\Delta\varphi = 2\pi$. Значыць, згодна з формулай (2), вуглавая скорасць раўнамернага вярчэння:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}. \qquad (4)$$

З перыядам і вуглавой скорасцю звязана частата абарачэння.

Частатой абарачэння называецца велічыня, лікава роўная ліку абаротаў, выкананых за адзінку часу.

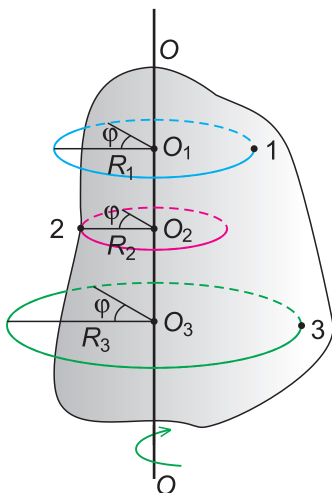
Частату абарачэння звычайна абазначаюць грэчаскай літарай ν (ню). Калі, напрыклад, за 1 с выканана $N = 10$ абаротаў, то частата абарачэння ν роўна 10 абаротам у секунду, а час аднаго абароту, г. зн. перыяд, роўны $T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{10}$ с $= 0{,}1$ с. Такім чынам:

$$\nu = \frac{1}{T}. \qquad (5)$$

Адзінкай частаты ў СІ з'яўляецца *адзінка ў секунду* $\left(\frac{1}{с}\right)$, або $с^{-1}$.

З формул (4) і (5) знаходзім:

$$\omega = 2\pi\nu. \qquad (6)$$



Мал. 100

Мы разгледзелі рух пункта па акружнасці. Разгледзім цяпер абсалютна цвёрдае цела, якое раўнамерна верціцца вакол замацаванай восі (мал. 100). Пункты, якія знаходзяцца на восі, нерухомыя. Астатнія пункты цела апісваюць акружнасці, якія ляжаць у плоскасцях, перпендыкулярных да восі вярчэння. Чым далей пункт ад восі вярчэння цела, тым большы радыус акружнасці, якую ён апісвае. Паколькі цела недэфармаванае, то вуглы павароту радыусаў-вектараў усіх пунктаў за адзін і той жа час аднолькавыя (гл. мал. 100). Значыць, аднолькавыя і іх вуглавыя скорасці. У той жа час модулі лінейнай скорасці розных пунктаў цела розныя. З формулы (3) знаходзім

$$\upsilon = \omega R.$$

Модуль лінейнай скорасці пункта абсалютна цвёрдага цела, якое верціцца вакол восі, прама прапарцыянальны адлегласці ад гэтага пункта да восі вярчэння (гл. мал. 100).

Галоўныя вывады

1. Пры крывалінейным руху матэрыяльнага пункта імгненная скорасць у кожны момант часу накіравана па датычнай да траекторыі руху.

2. Крывалінейны рух са скорасцю, модуль якой пастаянны, з'яўляецца рухам з паскарэннем.

3. Вуглавая скорасць вярчальнага руху лікава роўна павароту радуса-вектара за адзінку часу.

4. Пры адной і той жа вуглавой скорасці лінейная скорасць тым большая, чым большы радыус акружнасці, па якой рухаецца пункт.

Кантрольныя пытанні

1. Чаму рух па крывалінейнай траекторыі са скорасцю, модуль якой пастаянны, з'яўляецца рухам з паскарэннем?
2. Якi фізічны сэнс мае вуглавая скорасць? У якіх адзінках яна вымяраецца?
3. Колькі радыян змяшчае цэнтральны вугал, даўжыня дугі якога роўна даўжыні акружнасці?
4. Што такое лінейная скорасць? Як яна звязана з вуглавой скорасцю?
5. Як звязаны паміж сабой перыяд абарачэння і вуглавая скорасць?
6. Як залежыць перыяд абарачэння ад частаты?

Практыкаванне 9

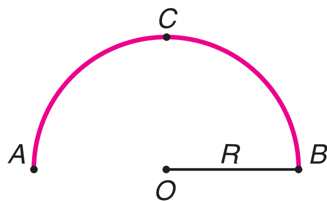
1. Матэрыяльны пункт рухаецца па дузе, якая ўяўляе сабой палову акружнасці (мал. 101) радыуса *R,* са становішча *A* ў становішча *B.* Які шлях прайшоў пункт? Чаму роўна перамяшчэнне пункта і яго модуль? Пакажыце вектары лінейнай скорасці ў становішчах *A, B, C,* лічачы модуль лінейнай скорасці пастаянным.

2. Выкарыстоўваючы рашэнне папярэдняй задачы, знайдзіце і пакажыце вектары:

$$\Delta\vec{v}_1 = \vec{v}_C - \vec{v}_A,$$

$$\Delta\vec{v}_2 = \vec{v}_B - \vec{v}_C$$

і $\Delta\vec{v}_3 = \vec{v}_B - \vec{v}_A.$



Мал. 101

3. Чаму роўна адносіна шляху да модуля перамяшчэння пры руху матэрыяльнага пункта: а) са становішча *A* ў становішча *B;* б) са становішча *A* ў становішча *C* (гл. мал. 101)? Які вывад з гэтых разлікаў можна зрабіць?

4. Вызначце вуглавую скорасць, з якой раўнамерна верціцца веласіпеднае кола, калі за прамежак часу $\Delta t = 1{,}0$ с яно выконвае чвэрць абароту.

§ 15. Паскарэнне пункта пры яго руху па акружнасці

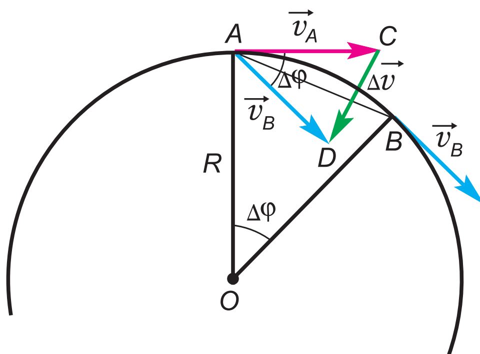
Паскарэнне характарызуе змяненне скорасці за адзінку часу. Але паколькі скорасць — вектар, то змяняцца можа як яе модуль, так і яе напрамак. Пры прамалінейным руху паскарэнне вызначаецца змяненнем толькі модуля скорасці. Гэты выпадак мы разгледзелі раней. А як вызначыць паскарэнне, калі модуль скорасці пастаянны, а напрамак скорасці змяняецца?

Няхай матэрыяльны пункт, рухаючыся па акружнасці са скорасцю $\vec{v}$, модуль якой пастаянны, за прамежак часу Δt перамясціўся са становішча *A* (мал. 102) у становішча *B*. Скорасць матэрыяльнага пункта ў становішчах *A* і *B* накіравана па датычнай да акружнасці ў гэтых пунктах, а модулі скорасці роўны:

$$v_A = v_B = v.$$

Імгненнае паскарэнне $\vec{a}$ можна знайсці, падзяліўшы вектар змянення скорасці на малы прамежак часу, за які гэта змяненне адбылося:

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}. \qquad (1)$$



Мал. 102

З вектарнай суадносіны (1) вынікае суадносіна для модуляў:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}.$$

Знойдзем модуль вектара змянення скорасці Δv. Для гэтага перанясём вектар $\vec{v}_B$ у пункт A (гл. мал. 102) і пабудуем вектар $\Delta\vec{v} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$. Трохвугольнікі, якія атрымаліся, ACD і OAB падобныя: яны абодва раўнабедраныя ($AD = AC = v$; $OA = OB = R$) і маюць роўныя вуглы $\Delta\varphi$ (вуглы з узаемна перпендыкулярнымі старанамі $AC \perp OA$, $AD \perp OB$). З падобнасці гэтых трохвугольнікаў вынікае:

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{AB}{R} = \frac{\Delta r}{R}. \qquad (2)$$

Падзелім абедзве часткі роўнасці (2) на Δt:

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} \cdot \frac{1}{v} = \frac{\Delta r}{\Delta t} \cdot \frac{1}{R}. \qquad (3)$$

Паколькі прамежак часу Δt нязначны, то $\Delta\varphi$ — малы вугал. Для такога вугла дуга l і хорда Δr практычна супадаюць. Таму:

$$\frac{\Delta r}{\Delta t} = v. \qquad (4)$$

Падставім (4) у (3) і, улічваючы, што $\frac{\Delta v}{\Delta t} = a$, атрымаем: $\frac{a}{v} = \frac{v}{R}$, або

$$\boldsymbol{a = \frac{v^2}{R}}. \qquad (5)$$

Формула (5) вызначае модуль паскарэння пры руху цела па акружнасці з лінейнай скорасцю, модуль якой пастаянны. Вызначым напрамак паскарэння. Улічым, што чым меншы $\Delta\varphi$, тым бліжэй напрамак вектара $\Delta\vec{v}$ да напрамку на цэнтр акружнасці. Значыць, **паскарэнне $\vec{a}$ накіравана па радыусу да цэнтра акружнасці. Па гэтай прычыне яго называюць цэнтраімклівым.**

З другога боку, вектар скорасці перпендыкулярны радыусу акружнасці. Значыць, $\vec{a} \perp \vec{v}$. Таму цэнтраімклівае паскарэнне называюць таксама і **нармальным** паскарэннем (нармаль — перпендыкуляр да прамой або плоскасці).

Можна паказаць формулу цэнтраімклівага (нармальнага) паскарэння ў іншых запісах. Падстаўляючы ў формулу (5) модуль лінейнай скорасці $v = \omega R$, атрымаем:

$$a = \omega^2 R. \qquad (6)$$

Паколькі перыяд вярчэння T і частата ν звязаны з вуглавой скорасцю суадносінамі:

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T},$$

то з формулы (6) вынікае:

$$a = 4\pi^2\nu^2 R = \frac{4\pi^2 R}{T^2}. \quad (7)$$

Пры рашэнні задач у залежнасці ад умовы можна выкарыстоўваць любую з прыведзеных формул — (5), (6) або (7) — для цэнтраімклівага паскарэння.

Галоўныя вывады

1. Пры руху па акружнасці са скорасцю, модуль якой пастаянны, паскарэнне накіравана па радыусу да цэнтра акружнасці. Яно называецца цэнтраімклівым (нармальным).

2. У кожным пункце акружнасці цэнтраімклівае паскарэнне перпендыкулярна да імгненнай скорасці.

3. Модуль цэнтраімклівага паскарэння $a = \frac{v^2}{R}$.

Кантрольныя пытанні

1. Што характарызуе паскарэнне?
2. У якім выпадку паскарэнне вызначае змяненне:
а) толькі модуля скорасці;
б) толькі напрамку скорасці?
3. Чаму паскарэнне пры руху пункта па акружнасці са скорасцю, модуль якой пастаянны, называюць:
а) цэнтраімклівым;
б) нармальным?
4. Як звязаны модуль цэнтраімклівага паскарэння:
а) з модулем лінейнай скорасці;
б) з вуглавой скорасцю?

Прыклад рашэння задачы

Перыяд абарачэння T_1 першага кола ў $k = 4$ разы большы за перыяд абарачэння T_2 другога кола, а яго радыус R_1 у $n = 2$ разы меншы за радыус R_2 другога кола. У колькі разоў адрозніваюцца модулі цэнтраімклівых паскарэнняў пунктаў на вобадзе кожнага кола пры іх раўнамерным вярчэнні?

Дадзена:	Рашэнне
$\frac{T_1}{T_2} = 4$ $\frac{R_2}{R_1} = 2$	Модуль цэнтраімклівага паскарэння пункта на вобадзе кожнага кола: $$a_1 = \omega_1^2 R_1 = \frac{4\pi^2 R_1}{T_1^2};\ a_2 = \omega_2^2 R_2 = \frac{4\pi^2 R_2}{T_2^2}.$$
$\frac{a_2}{a_1}$ — ?	Іх адносіна: $$\frac{a_2}{a_1} = \frac{4\pi^2 R_2 \cdot T_1^2}{T_2^2 \cdot 4\pi^2 R_1} = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{T_1^2}{T_2^2}.$$

Улічым, што $R_2 = 2R_1$, $T_2 = \frac{T_1}{4}$.

Тады

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{2R_1}{R_1} \cdot \frac{16T_1^2}{T_1^2} = 32.$$

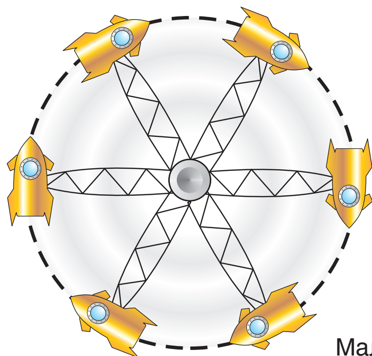
Адказ: $\frac{a_2}{a_1} = 32$.

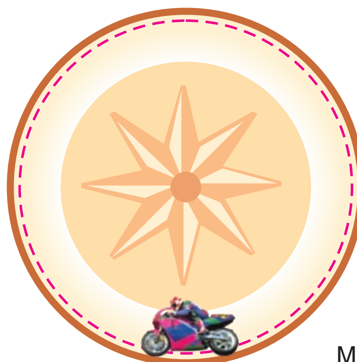
Практыкаванне 10

1. Карусель раўнамерна верціцца (мал. 103, выгляд зверху) з частатой $\nu = 0{,}10\ \frac{1}{\text{с}}$. Вызначце вуглавую скорасць вярчэння каруселі. Знайдзіце модуль лінейнай скорасці руху «самалёта», які знаходзіцца на адлегласці $R = 5{,}0$ м ад восі вярчэння каруселі. З якім паскарэннем рухаецца «самалёт»? «Самалёт» лічыце матэрыяльным пунктам.

2. У колькі разоў модуль лінейнай скорасці канца мінутнай стрэлкі гадзінніка, які знаходзіцца на вежы Прывакзальнай плошчы Мінска, большы за модуль лінейнай скорасці гадзіннай стрэлкі, калі даўжыня мінутнай стрэлкі $R_1 = 1{,}70$ м, а гадзіннай — $R_2 = 1{,}30$ м?

3. Матацыкліст выконвае цыркавы нумар, рухаючыся ў гарызантальнай плоскасці па вертыкальнай сцяне (мал. 104, выгляд зверху) па акружнасці радыуса


Мал. 103


Мал. 104

$R = 9{,}0$ м. Вызначце модуль лінейнай скорасці руху матацykліста, калі модуль яго цэнтраімклівага паскарэння $a = 16\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Матацыкліста лічыце матэрыяльным пунктам.

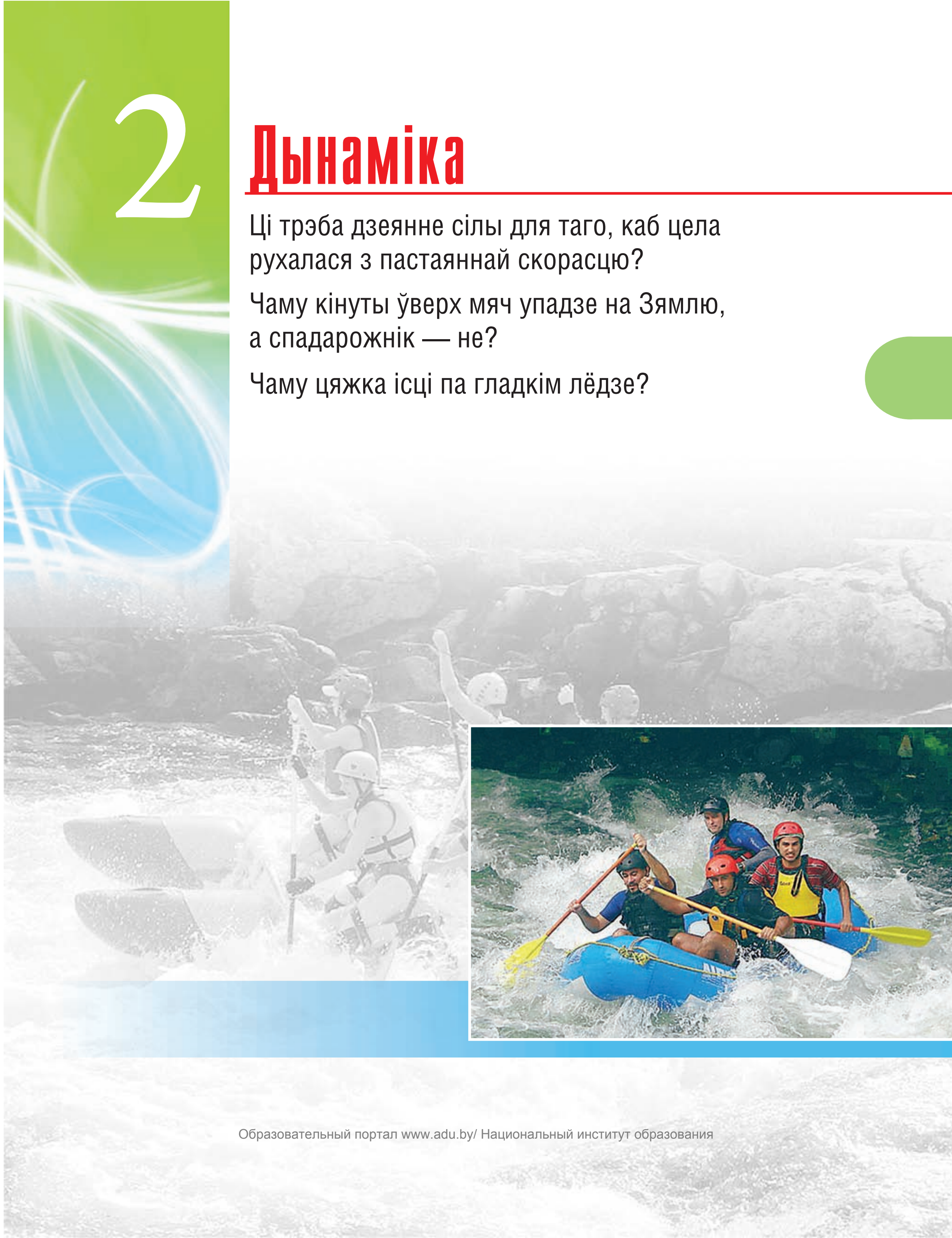
4. Пры раўнамерным вярчэнні адно кола за час $t_1 = 8$ с робіць $N_1 = 240$ абаротаў, а другое — за час $t_2 = 40$ с робіць $N_2 = 600$ абаротаў. У колькі разоў адрозніваюцца іх вуглавыя скорасці?

5. Вызначце модулі лінейнай скорасці і цэнтраімклівага паскарэння пунктаў на паверхні Зямлі: а) на экватары; б) на шыраце $\varphi = 60°$. Радыус Зямлі прыняць роўным $R_З = 6400$ км.

6. Верталёт роўназапаволена зніжаецца вертыкальна з некаторай вышыні. Модуль паскарэння верталёта $a = 0{,}20\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Лопасць вінта, якая верціцца раўнамерна з частатой $\nu = 300\ \frac{\text{аб}}{\text{мін}}$, зрабіла за час зніжэння верталёта $N = 120$ абаротаў. З якой вышыні зніжаўся верталёт?



7. Па формуле $a = \frac{v^2}{R}$ цэнтраімклівае паскарэнне адваротна прапарцыянальна радыусу R, а па формуле $a = \omega^2 R$ — прама прапарцыянальна яму. Ці няма тут супярэчнасці?



2 Дынаміка

Ці трэба дзеянне сілы для таго, каб цела рухалася з пастаяннай скорасцю?

Чаму кінуты ўверх мяч упадзе на Зямлю, а спадарожнік — не?

Чаму цяжка ісці па гладкім лёдзе?

§ 16. Асноўная задача дынамікі. Сіла

Вывучыўшы кінематыку, вы даведаліся, што такое перамяшчэнне, скорасць, паскарэнне, навучыліся рашаць задачы, звязаныя з рухам. Напрыклад, ведаючы, што паскарэнне шарыка, які падае, пастаяннае, па формулах $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$, $\Delta\vec{r} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2}$ *вы лёгка знойдзеце яго скорасць і перамяшчэнне. Але чаму паскарэнне шарыка было пастаянным? Чаму яно роўна? Якім было б паскарэнне шарыка, што падае, на Месяцы?*

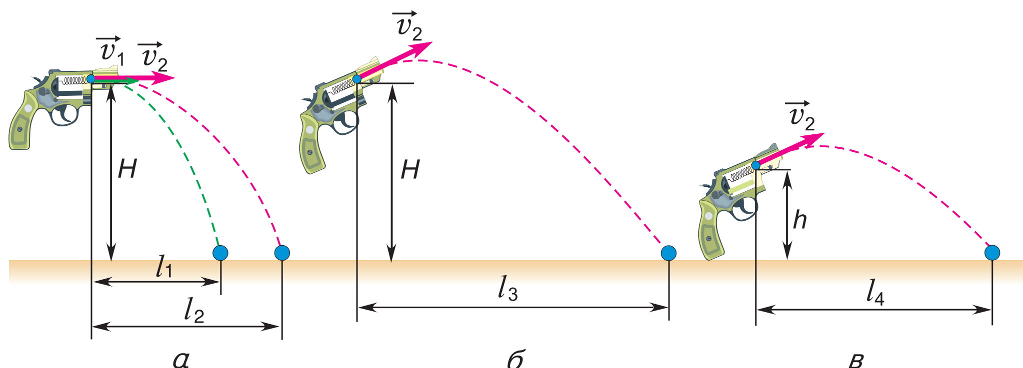
Апісваючы, *як рухаецца цела*, як па адных характарыстыках руху знайсці другія, кінематыка не адказвае на пытанне: «***Чаму*** *цела ў дадзеных умовах рухаецца менавіта так, а не інакш*?» Раздзел механікі, у якім разглядаюцца **прычыны**, што вызначаюць характар руху, і тлумачыцца, якім чынам яны ўплываюць на рух, называецца **дынамікай**.

Законы дынамікі і метады рашэння яе задач былі вызначаны больш за трыста гадоў таму. Вядучая роля тут належыць Галілеа Галілею і Ісаку Ньютану. Адкрытыя імі законы дынамікі з'явіліся асновай сапраўдных навуковых уяўленняў аб навакольным свеце.

Дынаміка дае адказы на шматлікія пытанні. Напрыклад, чаму падкінуты мячык упадзе на Зямлю, а спадарожнік, які рухаецца па арбіце, — не? З якім паскарэннем падаюць целы на розных планетах? Дынаміка змяшчае законы, якім падпарадкоўваецца рух любога цела — ад маленькага шарыка да касмічнага карабля, планеты, астэроіда.

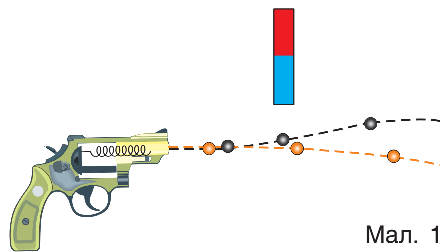
Пачнём вывучэнне дынамікі з пытання: «Ад чаго залежыць рух цела?»

Правядзём дослед. Са спружыннага пісталета (мал. 105, *а*) выстралім жалезным шарыкам. Адзначым месца яго прызямлення. Паўторым дослед пры больш



Мал. 105

сціснутай спружыне. Шарык вылеціць з большай **пачатковай скорасцю** і прызямліцца далей. Зменім вугал нахілу пісталета (мал. 105, *б*) і тым самым **напрамак** пачатковай скорасці шарыка. Рух шарыка зноў будзе іншым. Зменім **пачатковае становішча** шарыка, напрыклад выпусцім шарык з меншай вышыні (мал. 105, *в*). Гэта таксама паўплывае на далёкасць палёту.


Мал. 106

Прадоўжым дослед, змяніўшы **знешнія ўмовы**. Непадалёку ад пісталета размесцім магніт (мал. 106). Траекторыя руху шарыка будзе іншай, паколькі на шарык (акрамя прыцяжэння Зямлі і супраціўлення паветра) **дзейнічаў яшчэ і магніт**.

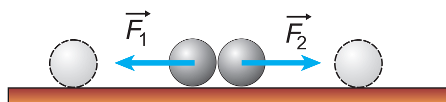
Нарэшце, замест жалезнага шарыка возьмем пластмасавы. Такая замена таксама робіць істотным змяненне руху.

Такім чынам, **рух цела залежыць**: **а) ад яго пачатковага становішча і пачатковай скорасці**; **б) ад дзеяння на яго навакольных цел**; **в) ад характарыстык самога цела**.


Мал. 107

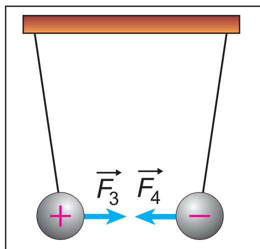
Што азначаюць у механіцы словы «дзеянне аднаго цела на другое»?

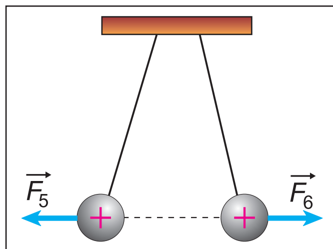
Такое дзеянне можа быць дастаткова складаным. Нялёгка разабрацца, як дзейнічае на лодку бурны паток, што яе нясе (мал. 107, *а*), або прасачыць, як дзейнічаюць адзін на аднаго барцы ў час паядынку (мал. 107, *б*).



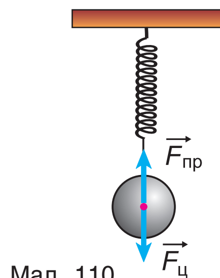
Мал. 108

Аднак у выпадку, калі целы можна лічыць матэрыяльнымі пунктамі, адказ вельмі просты: адно цела або **адштурхвае ад сябе** другое цела, або **прыцягвае** яго **да сябе**. Шары пры саўдары адштурхваюць адзін аднаго (мал. 108). Зямля прыцягвае да сябе Месяц, а Месяц — Зямлю. Электрычна зараджаныя целы





Мал. 109



Мал. 110

або прыцягваюцца, або адштурхваюцца (мал. 109). І сілы прыцяжэння, і сілы адштурхвання накіраваны па лініі, якая злучае целы (гл. мал. 109). А калі дзейнічаюць адно на аднаго працяглыя целы, то вынік іх дзеяння — сума прыцяжэнняў і адштурхванняў часціц, з якіх яны складаюцца.

Дослед паказвае, што механічнае дзеянне можа адбывацца як пры судакрананні, так і на адлегласці. Дзеянне спружыны на цела (мал. 110), адштурхванне шароў пры саўдары (гл. мал. 108) адбываецца пры непасрэдным кантакце. На адлегласці дзейнічаюць адно на аднаго зараджаныя шарыкі (гл. мал. 109), Зямля на цела (гл. мал. 105), магніт на жалезны шарык (гл. мал. 106). На велізарных адлегласцях праяўляецца дзеянне Сонца на планеты, Зямлі на Месяц і г. д.

Для колькаснага апісання дзеяння аднаго цела на другое ў механіцы ўводзіцца паняцце **«сіла»**. Сіла — адно з асноўных паняццяў дынамікі. Не выпадкова слова «дынаміка» паходзіць ад грэчаскага dу́namis — сіла.

Сіла — гэта фізічная вектарная велічыня, якая з'яўляецца колькаснай мерай дзеяння аднаго цела на другое.

Напрамак сілы супадае з напрамкам дзеяння аднаго цела на другое, а модуль сілы паказвае, наколькі гэта дзеянне вялікае.

Разглядаючы канкрэтную сілу, мы павінны разумець:

- *на якое цела* дзейнічае гэта сіла, г. зн. *да якога цела яна прыкладзена*;
- калі цела працяглае, *то ў якім пункце* прыкладзена сіла;
- дзеянне *якога цела* гэта сіла характарызуе;
- па якой *лініі* і *як* сіла *накіравана*;
- які *модуль* гэтай сілы.

Адзінкай сілы ў СІ з'яўляецца *1 ньютан* (1 Н).

Сіла залежыць ад адлегласці паміж целамі і ад іх характарыстык (ад здольнасці намагнічвацца, ад электрычнага зараду, ад дэфармацыі цел і г. д.). Высвятленне прыроды сіл і законаў, па якіх можна іх знайсці, — адна з задач фізікі.

Калі вядомы ўсе сілы, што дзейнічаюць на цела, то для апісання яго руху, з усіх характарыстык цела дастаткова ведаць толькі яго **масу**. Уласцівасць масы мы разгледзім у § 19.

Сфармулюем **асноўную задачу дынамікі**:

ведаючы масу цела і сілы, якія дзейнічаюць на яго, а таксама пачатковыя скорасць і становішча цела, вызначыць яго становішча і скорасць у любы момант часу.

Галоўныя вывады

1. Рух цела залежыць ад яго масы, ад яго пачатковых становішча і скорасці і ад дзеяння на яго іншых цел.

2. Сіла — гэта колькасная мера дзеяння аднаго цела на другое.

3. Асноўная задача дынамікі: вызначыць становішча і скорасць цела ў любы момант часу, лічачы вядомымі масу цела, сілы, што на яго дзейнічаюць, а таксама пачатковыя становішча і скорасць цела.

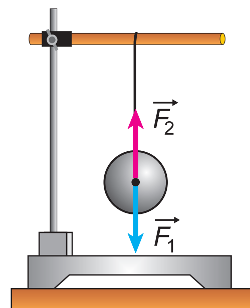
Кантрольныя пытанні

1. Што вывучае кінематыка? Дынаміка?
2. Ад чаго залежыць рух цела?
3. Да чаго зводзіцца дзеянне аднаго матэрыяльнага пункта на другі? Як накіравана гэта дзеянне?
4. Чаму сіла — велічыня вектарная? Што трэба ведаць пра кожную канкрэтную сілу?
5. Якія сілы дзейнічаюць на шарык на малюнках 105, 106 і 110? Дзеянне якіх цел выражае кожная з іх?
6. У чым заключаецца асноўная задача дынамікі?

§ 17. Умовы раўнавагі. Момант сілы. Складанне і раскладанне сіл

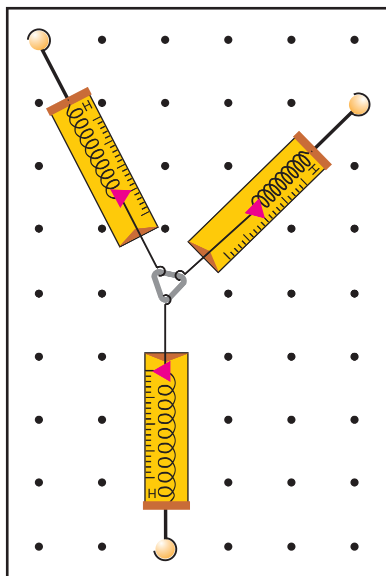
У папярэднім параграфе мы разглядалі ўплыванне сіл на рух цела. А ці можа цела пад дзеяннем сіл знаходзіцца ў стане спакою?

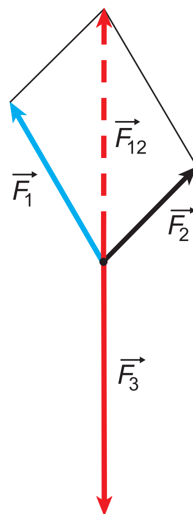
Калі, нягледзячы на дзеянне прыкладзеных да цела сіл, яно застаецца ў стане спакою, то гавораць, што гэтыя сілы *ўраўнаважваюць* (або *кампенсуюць*) адна адну, а цела знаходзіцца ў *стане раўнавагі*.



Мал. 111

На малюнку 111 на шарык дзейнічаюць два целы: Зямля і нітка. Чаму шарык у спакоі? Таму, што сіла $\vec{F}_1$, з якой яго прыцягвае Зямля, ураўнаважваецца сілай $\vec{F}_2$,





Мал. 112 *а* *б*

прыкладзенай да шарыка з боку ніткі. Пры раўнавазе модулі гэтых сіл роўныя, а напрамкі — процілеглыя: $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$, або $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0}$.

А калі на цела дзейнічаюць тры сілы? Правядзём дослед. Выкарыстаем дошку з адтулінамі і тры дынамометры. Кожны з дынамометраў адным канцом далучым да драцянога кольца, а другім — да штыра, замацаванага ў дошцы (мал. 112, *а*). Становішча штыроў выберам так, каб спружыны дынамометраў былі расцягнутымі.

Абазначым праз $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ і $\vec{F}_3$ сілы, з якімі дынамометры дзейнічаюць на кольца. Модулі гэтых сіл вызначым па паказаннях дынамометраў. Пабудуем вектары сіл $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ з улікам іх напрамкаў і модуляў (мал. 112, *б*). Па правіле паралелаграма знойдзем вектарную суму сіл $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$ (г. зн. вектар $\vec{F}_{12} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$). Параўнаем вектар $\vec{F}_{12}$ з вектарам $\vec{F}_3$. Мы пераканаемся, што $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_3$ (гл. мал. 112, *б*). Значыць, $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\vec{F}_3$, адкуль $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$: вектарная сума сіл, што дзейнічаюць на кольца, якое знаходзіцца ў раўнавазе, роўна нулю.

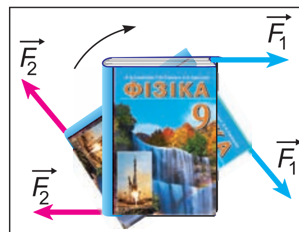
Аналагічныя доследы, праведзеныя пры любым ліку сіл любых напрамкаў і модуляў, сведчаць:

для раўнавагі цела неабходна, каб вектарная сума ўсіх сіл, прыкладзеных да яго, была роўна нулю:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_n = \vec{0}. \qquad (1)$$

Але ці дастаткова ўмовы (1) для таго, каб цела знаходзілася ў стане раўнавагі?

Прыкладзём да кнігі, што ляжыць на стале, дзве сілы, вектарная сума якіх роўна нулю $(\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0})$. Мы ўбачым (мал. 113), што пад дзеяннем гэтых сіл кніга не перамесціцца пастунальна ні ўправа, ні ўлева, але і не застанецца ў спакоі. Сілы $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$ павернуць яе па гадзіннікавай стрэлцы. Значыць, умова (1) не гарантуе раўнавагі.

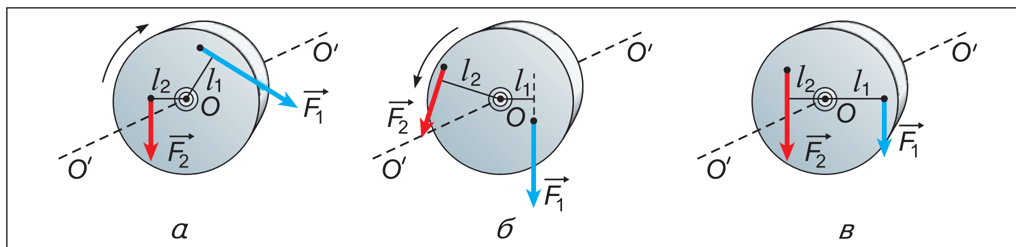


Мал. 113

Якая ўмова неабходна, каб цела не толькі не пераміяшчалася пастунальна, але і не вярцелася?

Прыкладзём дзве сілы да дыска, што знаходзіцца ў спакоі і здольны вярцецца вакол нерухомай восі $O'O'$ (мал. 114).

Знойдзем моманты гэтых сіл. Напомнім, што *момантам сілы адносна восі* называюць здабытак *модуля сілы* на яе *плячо*, узятае са знакам «+» або «–» $(M = \pm F \cdot l)$. Плячо l сілы — гэта найкарацейшая адлегласць ад восі вярчэння да *лініі дзеяння сілы* (гл. мал. 114). Знак «+» бяруць, калі сіла імкнецца павярнуць цела супраць гадзіннікавай стрэлкі, а знак «–» — калі па гадзіннікавай. На малюнку 114, *а*, *б*, *в* момант сілы $\vec{F}_1$ адмоўны: $M_1 = -F_1 \cdot l_1 < 0$, а момант сілы $\vec{F}_2$ дадатны: $M_2 = F_2 \cdot l_2 > 0$.

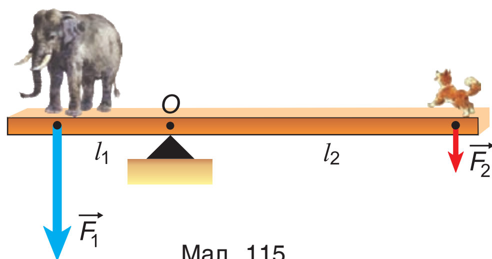


Мал. 114

Змяняючы ад доследу да доследу пункты прыкладання сіл, іх модулі і напрамкі, можна пераканацца, што пры $|M_1| > |M_2|$ (гл. мал. 114, *а*) дыск павернецца па гадзіннікавай стрэлцы, а пры $|M_1| < |M_2|$ — супраць яе (гл. мал. 114, *б*). Пры $|M_1| = |M_2|$ і процілеглых знаках момантаў, г. зн. пры $M_1 + M_2 = 0$, дыск застанецца ў спакоі (гл. мал. 114, *в*).

Пры любым ліку сіл, прыкладзеных да цела, што мае нерухомую вось вярчэння, **умовай раўнавагі будзе роўнасць нулю алгебраічнай сумы момантаў усіх гэтых сіл адносна дадзенай восі**:

$$\boldsymbol{M_1 + M_2 + \ldots + M_n = 0.} \quad (2)$$



Мал. 115


Мал. 116

Умова раўнавагі ў выглядзе $F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2$ — «правіла рычага» — звязваюць з імем Архімеда. Правіла паказвае, што з дапамогай рычага, які мае «пункт апоры» (г. зн. замацаваную вось вярчэння), большую сілу можна ўраўнаважыць у k разоў меншай сілай, калі прыкласці яе ў k разоў далей ад восі (мал. 115).

Адзінка моманту сілы ў СІ — *1 ньютан · метр* = (1 Н · м).

Вярчальны момант — важная ў практычных адносінах фізічная велічыня. Значэнне моманту належыць кантраляваць пры рабоце тармазных сістэм. Устройствы для свідравання, закручвання балтоў і гаек забяспечваюцца датчыкамі і абмежавальнікамі вярчальных момантаў (мал. 116).

Роўнасць нулю вектарнай сумы сіл і алгебраічнай сумы вярчальных момантаў адносна любой восі ёсць умова раўнавагі цела ў агульным выпадку.


Мал. 117

Для раўнавагі матэрыяльнага пункта (або для цела, што знаходзіцца ва ўмовах, пры якіх яно не можа вярцецца) дастаткова роўнасці нулю вектарнай сумы ўсіх прыкладзеных сіл.

Умовы раўнавагі (1) і (2) служаць асновай для разлікаў любых механічных устройстваў (мал. 117), будаўнічых аб'ектаў: будынкаў, мастоў і г. д. Тым самым суадносіны (1) і (2) правераны і надзейна пацверджаны велізарнай колькасцю эксперыментаў.

Разгледзім пытанне аб складанні сіл. Вернемся да доследу з трыма дынамометрамі (гл. мал. 112). Уявім, што замест сіл $\vec{F_1}$ і $\vec{F_2}$ да кольца прыклалі

сілу $\vec{F}_{12}$. Зразумела, што сіла $\vec{F}_{12}$ ураўнаважыць сілу $\vec{F}_3$ гэтак сама, як гэта рабілі сілы $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$ разам.

Сіла, якая аказвае такое ж дзеянне, як некалькі сіл сумесна, называецца *раўнадзейнай*.

Калі разглядаць кольца (гл. мал. 112, *а*) як матэрыяльны пункт, то сіла $\vec{F}_{12} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ будзе раўнадзейнай сіл $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$.

Раўнадзейную сілу не трэба блытаць з *выніковай сілай*.

Выніковай дзвюх або некалькіх сіл называецца іх вектарная сума.

Дослед сведчыць, што выніковая сіла не ва ўсіх выпадках будзе раўнадзейнай.

Па-першае, адна сіла не можа замяніць дзве або некалькі сіл, прыкладзеных да розных цел.

Па-другое, дзве прыкладзеныя да аднаго цела сілы, выніковая якіх роўна нулю, могуць выклікаць вярчэнне цела (гл. дослед з кнігай, мал. 113).

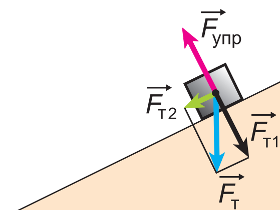
Па-трэцяе, адна сіла не здольная выклікаць такую ж дэфармацыю цела, як дзве сілы, прыкладзеныя да яго ў розных пунктах. Так, у доследзе з дынамометрамі і кольцам (гл. мал. 112) выніковая сіла $\vec{F}_{12}$ не можа выклікаць такую ж дэфармацыю кольца, як сілы $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$ разам узятыя.

Калі ж сілы прыкладзены ў адным пункце або да цела, якое разглядаецца як матэрыяльны пункт, то выніковая сіла будзе раўнадзейнай сіл, што складваюцца.

А ці можна замяніць адну сілу дзвюма або некалькімі сіламі?

Можна. Такая замена называецца *раскладаннем* сілы на *складальныя*. Яна шырока выкарыстоўваецца пры рашэнні задач. Раскладанне сілы на дзве складальныя лёгка зрабіць, калі выкарыстаць правіла паралелаграма.

Разгледзім прыклад. Цела знаходзіцца на гладкай нахіленай плоскасці (мал. 118). На яго дзейнічаюць: сіла цяжару $\vec{F}_ц$ і сіла пругкасці $\vec{F}_{пр}$. Расклаўшы вектар $\vec{F}_ц$ на дзве складальныя, можна лічыць, што замест сілы цяжару на цела дзейнічаюць дзве сілы: $\vec{F}_{ц1}$ і $\vec{F}_{ц2}$. Відаць, што сілы $\vec{F}_{пр}$ і $\vec{F}_{ц1}$ ураўнаважваюць адна адну, а другая складальная сілы цяжару $\vec{F}_{ц2}$ не ўраўнаважана. У выніку цела пачне паскорана рухацца ўніз па нахіленай плоскасці.



Мал. 118

Адзначым, што сілы, якія дзейнічаюць на цела, мы паказалі прыкладзенымі ў адным пункце (гл. мал. 118). Будзем так рабіць у тых выпадках, калі цела разглядаецца як матэрыяльны пункт.

Галоўныя вывады

1. Цела знаходзіцца ў раўнавазе, калі вектарная сума ўсіх сіл, прыкладзеных да яго, і алгебраічная сума момантаў гэтых сіл адносна любой восі роўны нулю.

2. Сіла, якая аказвае такое ж дзеянне, як некалькі сіл разам, называецца раўнадзейнай.

3. Раўнадзейная сіл, прыкладзеных да цела, якое можа лічыць матэрыяльным пунктам, роўна вектарнай суме гэтых сіл.

Кантрольныя пытанні

1. Што азначаюць словы: «сілы ўраўнаважваюць адна адну»; «цела знаходзіцца ў раўнавазе»?
2. Як знаходзяць вектарную суму (выніковую) некалькіх сіл?
3. Што такое плячо сілы? Момант сілы адносна восі? У якім выпадку момант сілы лічыцца дадатным? Адмоўным?
4. Якія ўмовы раўнавагі цела? Матэрыяльнага пункта?
5. Што такое раўнадзейная некалькіх сіл?
6. Як раскласці сілу на складальныя?
7. У якіх выпадках вектарная сума сіл (г. зн. выніковая сіла) з'яўляецца іх раўнадзейнай, а ў якіх — не?



Прыклад рашэння задачы

Ліхтар масай $m = 2{,}0$ кг падвешаны на двух тросах аднолькавай даўжыні, што ўтвараюць паміж сабой вугал $\alpha = 120°$. Тросы замацаваны на аднолькавай вышыні. Вызначце модулі сіл нацяжэння тросаў. Прыміце $g = 10\ \frac{\text{Н}}{\text{кг}}$.

Дадзена:

$m = 2{,}0$ кг

$\alpha = 120°$

$g = 10\ \frac{\text{Н}}{\text{кг}}$

F_1 — ?

F_2 — ?

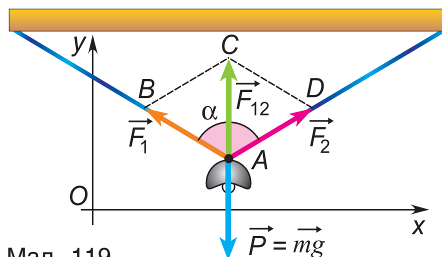
Рашэнне

Выканаем малюнак да задачы (мал. 119)

Да пункта A троса (гл. мал. 119) прыкладзены тры сілы: вага ліхтара, роўная сіле цяжару $m\vec{g}$, што дзейнічае на яго, а таксама сілы нацяжэння тросаў $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$.

Пры раўнавазе пункт A знаходзіцца ў стане спакою і раўнадзейная гэтых сіл роўна нулю:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + m\vec{g} = \vec{0}.$$



Мал. 119

Разгледзім вектарную суму $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_{12}$ (гл. мал. 119). Паколькі трохвугольнікі ABC і

ACD — роўнастароннія, то модулі $F_1 = F_2 = F_{12}$. З умовы раўнавагі $F_{12} = mg$, значыць, $F_1 = F_2 = mg$. Тады

$$F_1 = F_2 = 2{,}0 \text{ кг} \cdot 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}} = 20 \text{ Н}.$$

Гэты ж адказ можна атрымаць, зыходзячы з таго, што пры раўнавазе сума праекцый сіл на каардынатныя восі роўна нулю.

Прыраўняем да нуля суму праекцый усіх сіл на восі

Ox: $-F_1 \cos 30° + F_2 \cos 30° = 0$; Oy: $F_1 \sin 30° + F_2 \sin 30° - mg = 0$.

Адсюль: $F_1 = F_2 = mg = 20$ Н.

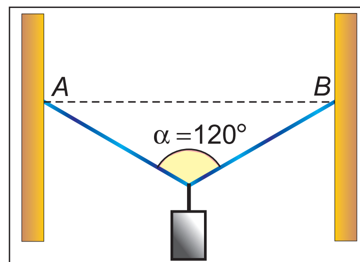
Адказ: $F_1 = F_2 = 20$ Н.

Практыкаванне 11

1. Да цела прыкладзены дзве сілы, модулі якіх роўны $F_1 = 60$ Н, $F_2 = 80$ Н. Вызначце максімальнае і мінімальнае значэнні модуля выніковай сілы.

2. Якой будзе выніковая сіла, калі сілы $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$ з умовы папярэдняй задачы будуць накіраваны пад вуглом $\alpha = 90°$ адна да адной? Выканайце малюнак.

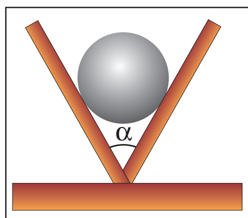
3. Пад дзеяннем алюмініевага цыліндра масай $m = 100$ г, падвешанага да сярэдзіны гарызантальнага гумавага жгута так, што дзве палавіны жгута ўтварылі вугал $\alpha = 120°$ (мал. 120). Вызначце модулі сіл нацяжэння жгута. Як зменяцца модулі сіл нацяжэння, калі пункты падвесу A і B наблізяць адзін да аднаго так, што вугал α будзе роўным: а) $\alpha = 90°$; б) $\alpha = 60°$; в) $\alpha = 0°$? $\left(g = 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}}.\right)$



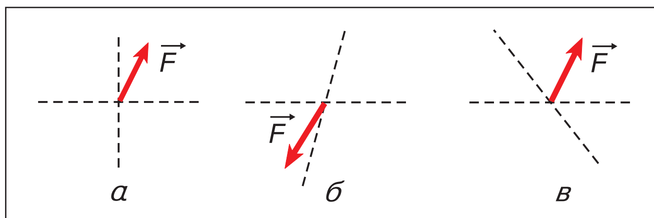
Мал. 120

4. Унутры гладкага жолаба, вугал паміж плоскасцямі якога $\alpha = 60°$, ляжыць аднародны стальны шарык (мал. 121). Модулі сіл пругкасці плоскасцей жолаба, якія дзейнічаюць на шарык, $F_2 = F_1 = 18$ Н. Вызначце аб'ём шарыка.

5. Раскладзіце сілу $\vec{F}$ на складальныя, напрамкі якіх зададзены пункцірнымі лініямі (мал. 122, *а*, *б*, *в*).



Мал. 121



Мал. 122

§ 18. Рух па інерцыі. Першы закон Ньютана. Інерцыяльныя сістэмы адліку



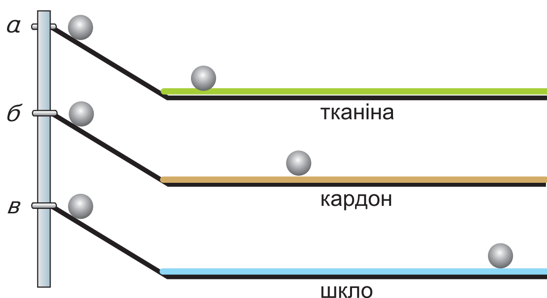
Мал. 123

Вы ўжо ведаеце, што цела захоўвае стан спакою, калі на яго не дзейнічаюць сілы або прыкладзеныя да яго сілы ўраўнаважваюць (кампенсуюць) адна адну. А пры якіх умовах цела захоўвае стан раўнамернага прамалінейнага руху?

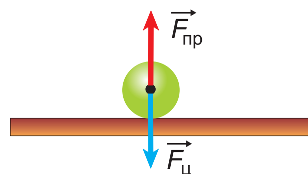
Адказ на гэта пытанне здаецца відавочным. Штодзённы вопыт сведчыць: каб цела рухалася раўнамерна, яго трэба цягнуць або штурхаць (мал. 123) з пастаяннай сілай. Спыніцца дзеянне сілы — цела, якое рухалася, рана ці позна спыніцца. Так лічылі і вядомыя вучоныя старажытнасці, напрыклад Арыстоцель. Аднак «відавочнае» сцвярджэнне: «для руху з пастаяннай скорасцю патрэбна пастаянная сіла» аказалася няправільным. Абвергнуць гэта сцвярджэнне атрымалася толькі ў першай палове XVII ст. італьянскаму вучонаму Галілеа Галілею. Ён прымяніў метад, які стаў у фізіцы асноўным метадам даследавання: **вывучаючы з'явы прыроды, трэба правяраць кожную здагадку, меркаванне, ідэю *на доследзе*.**

Правядзём дослед, падобны да доследаў Галілея. Пусцім з некаторай вышыні жалезны шарык па нахіленым жолабе (мал. 124). Шарык скочваецца з жолаба і працягвае рухацца па гарызантальнай паверхні стала, пакрытага: або тканінай (гл. мал. 124, *а*), або кардонам (гл. мал. 124, *б*), або шклом (гл. мал. 124, *в*).

Дослед сведчыць, што ў апошнім выпадку шарык пракоціцца далей за ўсё. Чаму? Таму што пры руху па шкле трэнне было найменшым. А калі б трэння не было зусім? На шарык дзейнічалі б толькі дзве сілы: сіла цяжару $\vec{F}_ц$ і сіла пругкасці $\vec{F}_{пр}$ (мал. 125), якія кампенсуюць адна адну. Шарык рухаўся б неабмежавана доўга з пастаяннай скорасцю.



Мал. 124



Мал. 125

Галілей зрабіў вывад: **скорасць руху цела застаецца пастаяннай**, **калі на цела не дзейнічаюць сілы або сілы дзейнічаюць, але яны кампенсуюць адна адну**.

Такі рух называюць **рухам па інерцыі**.

У зямных умовах на цела заўсёды дзейнічаюць сілы. Астранамічныя назіранні за касмічнымі апаратамі, якія запушчаны для даследавання аддаленых планет і пакінулі Сонечную сістэму, пацвярджаюць: для руху па інерцыі ніякія сілы не патрэбны.

Ідэі Галілея атрымалі развіццё ў працах Ньютана. У 1687 г. ён сфармуляваў найважнейшае сцвярджэнне:

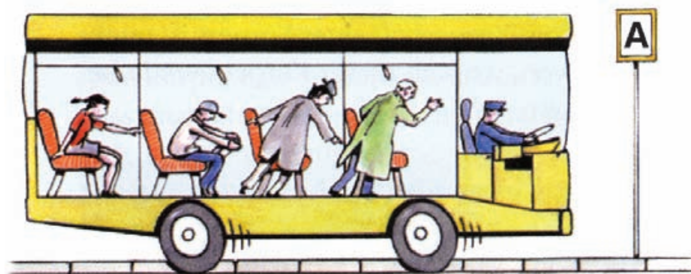
«усякае цела знаходзіцца ў стане спакою або раўнамернага прамалінейнага руху, пакуль і паколькі яно не прымушаецца прыкладзенымі да яго сіламі змяніць гэты стан».

Гэта сцвярджэнне з'яўляецца першапачатковай фармулёўкай **першага закона Ньютана**, або **закона інерцыі**.

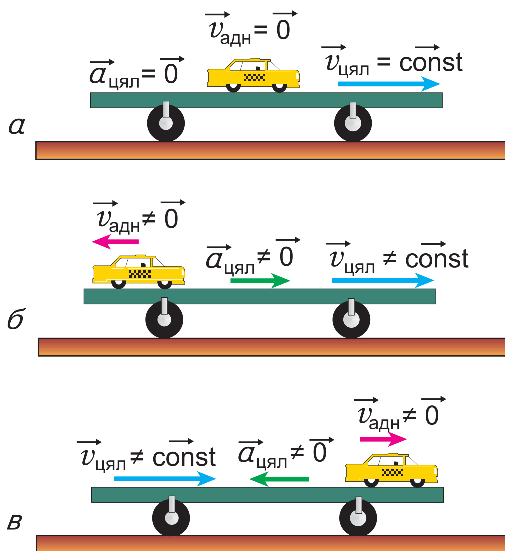
У гэтым сцвярджэнні — галоўная ідэя механікі. Дзейнічаць на цела сілай неабходна не для таго, каб захаваць яго скорасць нязменнай, а каб змяніць яе. Сіла патрэбна не толькі для змянення **модуля** скорасці, але і для змянення яе **напрамку**.

Дослед сведчыць, што змяненне скорасці пад дзеяннем сіл не адбываецца імгненна. Уласцівасць любога цела змяняць скорасць свайго руху толькі пад дзеяннем сіл, прычым не імгненна, а пастулова, называюць **інертнасцю** цела. Не прэтэндуючы на строгасць, можна сказаць — целы быццам «імкнуцца» захоўваць стан спакою або раўнамернага прамалінейнага руху. Менавіта таму аўтамабіль «заносіць» на павароце, пасажыраў «кідае» ўперад, калі аўтобус рэзка тармозіць (мал. 126), поезд нельга спыніць імгненна і г. д.

Мы ведаем, што характарыстыкі руху адносныя — яны залежаць ад сістэмы адліку. Ці ў любой сістэме адліку рух цела, на якое не дзейнічаюць сілы (або сілы кампенсуюць адна адну), будзе раўнамерным?



Мал. 126



Мал. 127

Правядзём дослед. Цялежку з цацачным аўтамабілем, які знаходзіцца на ёй, будзем рухаць раўнамерна і прамалінейна (мал. 127, *а*). Адносна цялежкі аўтамабіль знаходзіцца ў спакоі ($\vec{v}_{адн} = \vec{0}$), а адносна Зямлі — рухаецца з пастаяннай скорасцю, роўнай скорасці цялежкі $\vec{v}_{цял}$. Рэзка паскорым рух цялежкі. Аўтамабіль пакоціцца па цялежцы назад (мал. 127, *б*). А калі рэзка запаволіць рух цялежкі? Аўтамабіль пакоціцца па цялежцы ўперад (мал. 127, *в*). Ствараецца ўражанне, што аўтамабіль рухала нейкая сіла.

На самай справе такой сілы няма. Сілы цяжару і пругкасці, што дзейнічаюць на аўтамабіль, кампенсавалі адна адну. Сіла трэння вельмі малая. Таму аўтамабіль рухаўся, захоўваючы нязменнай скорасць адносна Зямлі. Рухаючыся адносна Зямлі раўнамерна, аўтамабіль адставаў ад цялежкі ў час разгону і апярэджваў цялежку пры яе тармажэнні.

Такім чынам:

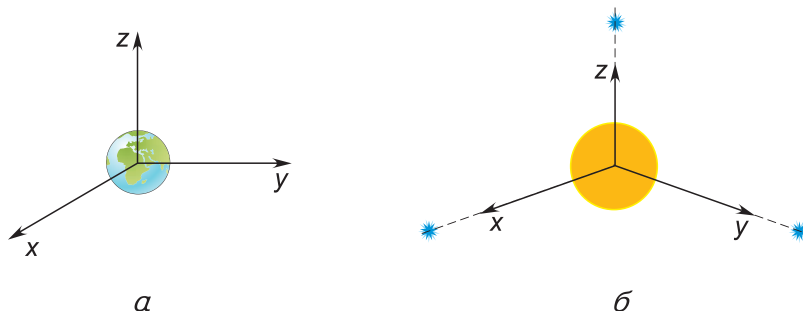
• **адносна сістэмы адліку, звязанай з Зямлёй,**
аўтамабіль увесь час рухаўся з пастаяннай скорасцю;

• **адносна сістэмы адліку, звязанай з цялежкай:**
а) аўтамабіль знаходзіўся ў спакоі, пакуль цялежка рухалася раўнамерна;
б) у час разгону і тармажэння цялежкі, нягледзячы на тое што сілы, прыкладзеныя да аўтамабіля, кампенсавалі адна адну, яго скорасць адносна цялежкі змянілася.

Цела, на якое не дзейнічаюць сілы (або сілы, што дзейнічаюць, кампенсуюць адна адну), называюць **свабодным**.

Сістэмы адліку, у якіх свабодныя целы рухаюцца раўнамерна і прамалінейна, называюцца **інерцыяльнымі**, а тыя, адносна якіх свабодныя целы рухаюцца з паскарэннем, — **неінерцыяльнымі**.

Мяркуючы па выніках доследу (гл. мал. 127), сістэма адліку, звязаная з Зямлёй, інерцыяльная. Сістэма ж, звязаная з цялежкай, інерцыяльная толькі тады,



Мал. 128

калі цялежка рухаецца адносна Зямлі раўнамерна, і неінерцыяльная, калі адносна Зямлі яна рухаецца з паскарэннем.

А што сведчаць больш дакладныя доследы? Яны сведчаць, што сістэму адліку, звязаную з Зямлёй — **геацэнтрычную** сістэму (мал. 128, *а*), — можна лічыць інерцыяльнай толькі прыбліжана. Са значна большай дакладнасцю інерцыяльнай можна лічыць **геліяцэнтрычную** сістэму адліку. Яе пачатак каардынат звязаны з Сонцам, а восі каардынат накіраваны на далёкія зоркі (мал. 128, *б*).

Любая сістэма адліку, якая рухаецца адносна інерцыяльнай сістэмы паступальна, раўнамерна і прамалінейна, таксама будзе інерцыяльнай. Калі сістэма адліку рухаецца паскорана адносна інерцыяльных або верціцца адносна іх, то яна будзе неінерцыяльнай. Відавочна, што неінерцыяльнымі з'яўляюцца сістэмы адліку, звязаныя з ракетай на ўчастку разгону, поездам, які рэзка тармозіць, каруселлю, якая хутка верціцца, і да т. п.

Мы не заўважаем неінерцыяльнасці геацэнтрычнай сістэмы з-за таго, што Зямля верціцца вакол сваёй восі павольна (адзін абарот за 24 г).

Карыстацца неінерцыяльнымі сістэмамі «не забаронена». Пры рашэнні задач дынамікі з выкарыстаннем такіх сістэм ва ўраўненні ўводзяць папраўкі на неінерцыяльнасць.

Існаванне рэальных сістэм адліку, уласцівасці якіх практычна супадаюць з уласцівасцямі інерцыяльных, з'яўляецца адным з найважнейшых фактаў, якія вызначаны фізікай. Таму ў цяперашні час першы закон Ньютана сфармуляваны наступным чынам:

існуюць сістэмы адліку, у якіх свабодныя целы рухаюцца раўнамерна і прамалінейна.

Першы закон Ньютана пацверджаны ўсім развіццём фізікі і прымяненнем яе законаў на практыцы на працягу амаль чатырох стагоддзяў. Цяпер для адукаваных людзей відавочны ўяўленні аб руху Галілея і Ньютана, а не Арыстоцеля.

Галоўныя вывады

1. Для таго каб цела рухалася раўнамерна і прамалінейна, не патрабуецца дзеяння сіл.

2. Любое цела валодае ўласцівасцю захоўваць сваю скорасць пастаяннай, калі на яго не дзейнічаюць сілы (рухаецца па інерцыі).

3. Першы закон у фармулёўцы Ньютана: «Усякае цела знаходзіцца ў стане спакою або раўнамернага прамалінейнага руху, пакуль і паколькі яно не прымушаецца прыкладзенымі да яго сіламі змяніць гэты стан».

4. Першы закон Ньютана ў сучаснай фармулёўцы: «Існуюць сістэмы адліку, у якіх свабодныя целы рухаюцца раўнамерна і прамалінейна».

Кантрольныя пытанні

1. Як ў выніку адкрыццяў Галілея змяніліся погляды на прычыны руху?
2. Што ўяўляе сабой рух па інерцыі?
3. У чым сэнс першага закона Ньютана? Як яго фармулююць?
4. Як называюцца сістэмы адліку, у якіх свабодныя целы рухаюцца раўнамерна і прамалінейна?
5. Якія сістэмы адліку блізкія да інерцыяльных, а якія — не? Прывядзіце прыклады.

§ 19. Маса

Мы часта замест слова «маса» гаворым «вага», а словы «масіўны» і «цяжкі» лічым сінонімамі. Калі гэта можна дапусціць у звычайнай гаворцы, то з пункту гледжання фізікі — гэта грубая памылка. Уявім, што на касмічнай станцыі, пабудаванай на Месяцы, праходзяць спаборніцтвы па падняцці штангі. На Месяцы любы вучань змог бы падняць 100-кілаграмовую штангу. Ці лягчэй штанга на Месяцы, чым на Зямлі? Гэта так, лягчэй. А ці меншая на Месяцы маса штангі? Не, не меншая!

У 7-м класе вы даведаліся, што:
- маса — мера інертнасці цела;
- сіла, з якой Зямля прыцягвае цела, прапарцыянальна яго масе ($F_ц = gm$);
- масу можна знайсці шляхам узважвання;
- маса цела залежыць ад колькасці рэчыва, якое змяшчаецца ў ім;
- адзінкай масы ў СІ з'яўляецца 1 кілаграм (1 кг).




Мал. 129

Што яшчэ трэба ведаць пра масу? Ці аднолькавая маса цела на Зямлі, на Месяцы, на арбітальнай станцыі? Як параўнаць масы двух цел?

Параўнаць масы двух цел можна рознымі спосабамі.

1. Параўнанне мас цел шляхам узважвання на вагах

Ёсць два тыпы вагаў: рычажныя (мал. 129, *а*, *б*) і спружынныя (мал. 129, *в*, *г*). Сучасныя электронныя вагі (мал. 129, *д*) па прынцыпе дзеяння адносяцца да аднаго з гэтых двух тыпаў. Для ўсіх вагаў вызначэнне масы адбываецца шляхам параўнання дзвюх сіл: сілы F — прыцяжэння да Зямлі цела, якое ўзважваецца, і сілы $F_{эт}$ — прыцяжэння да Зямлі эталона (гір).

На рычажных вагах (гл. мал. 129, *а*, *б*) пры роўнасці плячэй сілы прыцяжэння да Зямлі цела, якое ўзважваецца, і набору гір будуць аднолькавымі, і маса цела будзе роўна масе гір $(m = m_{эт})$.

Пры ўзважванні на спружынных вагах іх паказанні прапарцыянальны сіле F, з якой Зямля прыцягвае цела, якое ўзважваецца. На Месяцы гэтыя паказанні былі б меншымі за паказанні на Зямлі (прыкладна ў 6 разоў). Каб па сіле прыцяжэння знайсці масу цела, трэба правесці «кантрольнае ўзважванне»: узважыць на тых сама вагах эталон масы. Паколькі модуль сілы прыцяжэння эталона $F_{эт} = gm_{эт}$, а цела — $F = gm$, то:

$$\frac{m}{m_{эт}} = \frac{F}{F_{эт}}. \qquad (1)$$

Тады і на рычажных, і на спружынных вагах значэнне масы будзе адным і тым жа і на Зямлі, і на Месяцы. Для рычажных вагаў гэта відавочна: цела будзе ўраў-

наважана такім сама наборам гір. Для спружынных вагаў модуль сілы F на Месяцы будзе меншым, чым на Зямлі, але ў столькі ж разоў меншым будзе і модуль сілы $F_{эт}$. У выніку атрыманае з суадносіны (1) значэнне масы

$$m = m_{эт}\frac{F}{F_{эт}} \qquad (2)$$

не зменіцца.

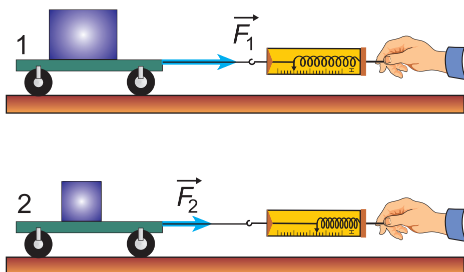
А ці можна параўнаць масы цел, не выкарыстоўваючы сілы прыцяжэння?

2. Параўнанне мас па інертнасці цел

Любое цела валодае ўласцівасцю рухацца па інерцыі, захоўваючы сваю скорасць нязменнай, пакуль на гэта цела не падзейнічаюць сілы. Пры гэтым адны целы лягчэй разагнаць (а разагнаўшы, спыніць), а другія — цяжэй. Для разгону або спынення гружанай цялежкі на яе трэба дзейнічаць значна большай сілай (або значна даўжэй), чым на парожнюю. Гружаная цялежка больш *інертная*.

*Як вызначыць, **у колькі разоў** адно цела больш інертнае, чым другое?*

Правядзём дослед. Паставім на гарызантальную паверхню дзве цялежкі рознай масы ($m_1 > m_2$), здольныя каціцца амаль без трэння. Нададзім цялежкам аднолькавыя паскарэнні. Для гэтага на цялежку *1* трэба падзейнічаць сілай, большай, чым на цялежку *2* (мал. 130). Першая цялежка ў столькі разоў больш інертная за другую, у колькі разоў модуль сілы F_1 большы за модуль сілы F_2. Для масы як меры інертнасці атрымаецца такая ж прапорцыя, як і пры ўзважванні:



Мал. 130

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{F_1}{F_2}. \qquad (3)$$

Падобны дослед можна выкарыстаць для параўнання мас любых цел у любых умовах: на Зямлі, на Месяцы, на арбітальнай станцыі. Пры гэтым F_1 трэба разумець як модуль выніковай **усіх** сіл, якія прыкладзены да першага цела, F_2 — да другога.

Масу як меру інертнасці называюць *інертнай масай*, а масу, якую вызначаюць па сіле прыцяжэння цел адзін да аднаго, — *гравітацыйнай масай*. Роўнасць інертнай і гравітацыйнай мас неаднаразова правяралася на доследзе. Сучасныя эксперыменты гарантуюць, што адрозненне інертнай і гравітацыйнай мас (калі яно ёсць) для цела масай 1 т менш за адну мільённую долю грама.

Напомнім яшчэ дзве практычна важныя ўласцівасці масы:

• агульная маса m некалькіх цел роўна суме іх мас:

$$m = m_1 + m_2 + m_3 + ...; \quad (4)$$

• маса аднароднага рэчыва, якое знаходзіцца ў аб'ёме V, прапарцыянальна гэтаму аб'ёму

$$m = \rho V, \quad (5)$$

дзе ρ — шчыльнасць рэчыва.

Маса мае яшчэ адну дзіўную ўласцівасць. Яна з'яўляецца мерай энергіі, якая знаходзіцца ў целе. Такі вывад быў зроблены А. Эйнштэйнам у 1905 г. Аказваецца, у 1 г любога рэчыва назапашана столькі энергіі (яна называецца энергіяй спакою), колькі энергіі вылучаецца пры згаранні 200 тыс. т нафты! Праўда, прырода вельмі скупа распараджаецца гэтымі запасамі. Пры хімічных рэакцыях вызваляецца каля адной мільённай долі працэнта, а пры ядзерных працэсах — каля 1 %. Усе 100 % гэтай энергіі вызваляюцца ў працэсе сустрэчы часціцы са сваёй антычасціцай: пратона з антыпратонам, электрона з пазітронам і г. д.

Пры ўзважванні цела з дапамогай набору гір мы выкарыстоўваем уласцівасць масы (4), што само сабой разумеецца. Аднак, калі два целы аб'ядноўваюцца ў адно так, што пры гэтым вылучаецца некаторая энергія, то маса гэтага аб'яднанага цела будзе *меншай*, чым сума мас зыходных цел! У такіх выпадках роўнасць (4) выконваецца толькі прыбліжана. Гэта вельмі істотна для працэсаў, якія адбываюцца з ядрамі атамаў. Больш падрабязна аб гэтым будзе сказана ў 11-м класе.

Тое, што адна скалярная фізічная велічыня — маса — характарызуе тры адзначаныя найважнейшыя ўласцівасці любога цела, з'яўляецца адным з самых фундаментальных законаў прыроды.

Галоўныя вывады

1. *Маса цела — мера яго інертнасці.*
2. *Маса цела — мера яго гравітацыйных уласцівасцей.*
3. *Маса дадзенага цела на Зямлі, на Месяцы, на касмічнай станцыі і г. д. аднолькавая.*

Кантрольныя пытанні

1. Мерай якіх уласцівасцей цела з'яўляецца яго маса?
2. Чаму нагружаную цялежку цяжэй разагнаць або спыніць, чым ненагружаную?
3. Якімі спосабамі можна параўнаць масы двух цел? Які з гэтых спосабаў можна выкарыстаць на арбітальнай станцыі?
4. Ці зменіцца маса цела пры яго пераносе з Зямлі на арбітальную станцыю? На іншую планету?

Практыкаванне 12

1. У колькі разоў маса Сонца большая за масу Зямлі? Месяца? Электрона?

2. Якая маса вады ў акварыуме памерам 1×1×1 м? Якая маса паветра ў гэтым жа аб'ёме (пры нармальных умовах)? Што больш: маса 1 $м^3$ бетону або 1 $м^3$ алюмінію? Якая маса 1 л вады; 1 л ртуці; 1 л бензіну?

3. Паказанні дынамометра, да якога падвешаны металічны цыліндр аб'ёмам $V = 100\ см^3$, роўны $P = 2{,}70$ Н. Ці зменяцца паказанні дынамометра, калі дослед праводзіць на Месяцы? Чаму роўна маса цыліндра і яго шчыльнасць на Зямлі? На Месяцы? Прыняць $g = 10\ \frac{Н}{кг}$.

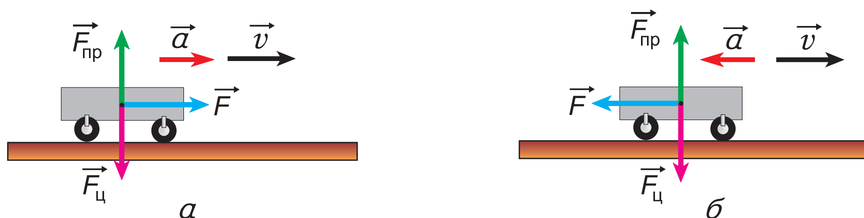
4. Вызначце масу дэталі, калі на нераўнаплечых вагах яе ўраўнаважыла гіра масай $m = 250$ г. Адносіна плячэй $l_1 : l_2 = 2$. Разгледзьце два выпадкі.

§ 20. Другі закон Ньютана — асноўны закон дынамікі

Мы ведаем, што скорасць цела можа змяніцца толькі ў выніку дзеяння на яго іншых цел. Значыць, цела набывае паскарэнне толькі ў тым выпадку, калі да яго прыкладзены сілы. Як знайсці гэта паскарэнне? Куды яно накіравана? Які яго модуль?

Правядзём просты дослед. Да цялежкі, якая рухаецца па гладкай гарызантальнай паверхні са скорасцю $\vec{v}$, прыкладзём сілу $\vec{F}$. Паколькі сіла цяжару $\vec{F}_ц$ і сіла пругкасці $\vec{F}_{пр}$ (мал. 131) кампенсуюць адна адну, а сіла супраціўлення вельмі малая, сіла $\vec{F}$ роўна выніковай усіх прыкладзеных да цялежкі сіл. Калі сілу $\vec{F}$ накіраваць па скорасці (гл. мал. 131, *а*), то яна будзе разганяць цялежку, калі супраць скорасці (гл. мал. 131, *б*) — тармазіць яе.

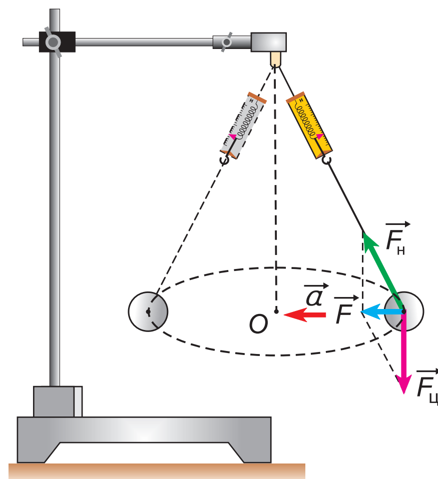
Куды накіравана паскарэнне $\vec{a}$ цялежкі? Пры разгоне яно накіравана па скорасці (гл. мал. 131, *а*), а пры тармажэнні — процілегла ёй (гл. мал. 131, *б*). Але ў абодвух выпадках напрамкі вектараў $\vec{a}$ і $\vec{F}$ супадаюць. Дослед сведчыць:



Мал. 131

паскарэнне цела, якое рухаецца прамалінейна, накіравана па выніковай усіх сіл, прыкладзеных да яго.

А як накіравана паскарэнне цела, калі модуль яго скорасці не змяняецца, а змяняецца напрамак? Правядзём дослед з целам, якое рухаецца па акружнасці.



Мал. 132

Падвесім на нітцы лёгкі дынамометр, а да яго — дастаткова масіўны шарык ($m = 0{,}2—0{,}4$ кг) (мал. 132). Нададзім шарыку такую пачатковую скорасць, каб ён рухаўся па акружнасці ў гарызантальнай плоскасці. На шарык дзейнічае сіла нацяжэння ніткі $F_н$, сіла цяжару $F_ц$ і сіла супраціўлення паветра. Сіла супраціўлення, якая выклікае паступовае запавольванне руху шарыка, малая. Таму модуль скорасці шарыка можна лічыць практычна пастаянным, а выніковую сіл, што дзейнічаюць на шарык, — роўнай суме сіл $F_н$ і $F_ц$. Модуль $F_н$ вымяраецца дынамометрам. Модуль $F_ц = mg$. Дослед сведчыць, што выніковая сіла $\vec{F} = F_н + F_ц$ накіравана да пункта O (гл. мал. 132).

З кінематыкі вядома, што пры руху па акружнасці са скорасцю, модуль якой пастаянны, паскарэнне $\vec{a}$ накіравана да цэнтра акружнасці (гл. мал. 132). Значыць, і ў другім доследзе паскарэнне і выніковая сіла маюць аднолькавыя напрамкі.

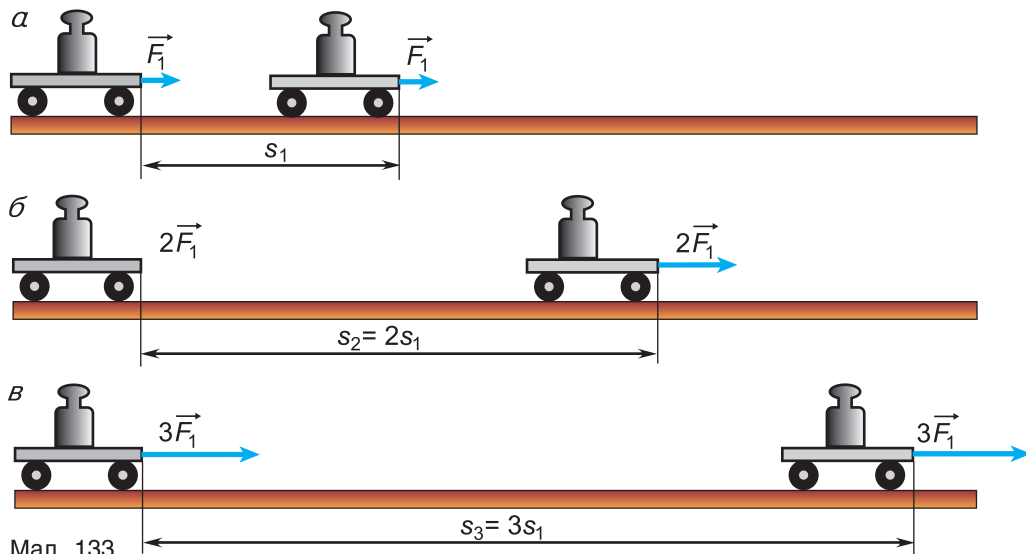
Праведзеныя доследы, як і мноства іншых доследаў з целамі, якія рухаюцца, сведчаць: **паскарэнне цела накіравана па выніковай усіх сіл**, **прыкладзеных да яго**, **пры любым руху цела па любой траекторыі**.

А як залежыць **модуль паскарэння ад модуля сілы**, прыкладзенай да цела, і ад яго **масы**?

Разгледзім доследы, у якіх лёгкую цялежку, што знаходзіцца на гладкай гарызантальнай паверхні, разганяюць са стану спакою (мал. 133).

У гэтых доследах модуль выніковай усіх сіл F, прыкладзеных да цялежкі, вызначаецца па паказаннях дынамометра. Паскарэнне цялежкі a можна знайсці, вымераўшы шлях s (гл. мал. 133), пройдзены цялежкай за час t, які вызначаецца па секундамеры. З формулы кінематыкі $s = \frac{at^2}{2}$ вынікае: $a = \frac{2s}{t^2}$.

Няхай у першым доследзе модуль выніковай сілы роўны F_1, а шлях, пройдзены цялежкай за час t, роўны s_1 (гл. мал. 133, *а*). Павялічым сілу ў два разы (гл. мал. 133, *б*). За той жа час цялежка пройдзе ў два разы большы шлях



Мал. 133

$s_2 = 2s_1$. Значыць, у два разы большая сіла надае целу ў два разы большае паскарэнне: $a_2 = 2a_1$. Прадоўжыўшы доследы (гл. мал. 133, *в*), можна пераканацца, што пры павелічэнні модуля сілы F у 3, 4, 5, ... разоў модуль паскарэння a таксама павялічваецца ў 3, 4, 5, ... разоў.

Модуль паскарэння цела прама прапарцыянальны модулю выніковай усіх сіл, прыкладзеных да яго:

$$\boldsymbol{a \sim F} \quad (1)$$

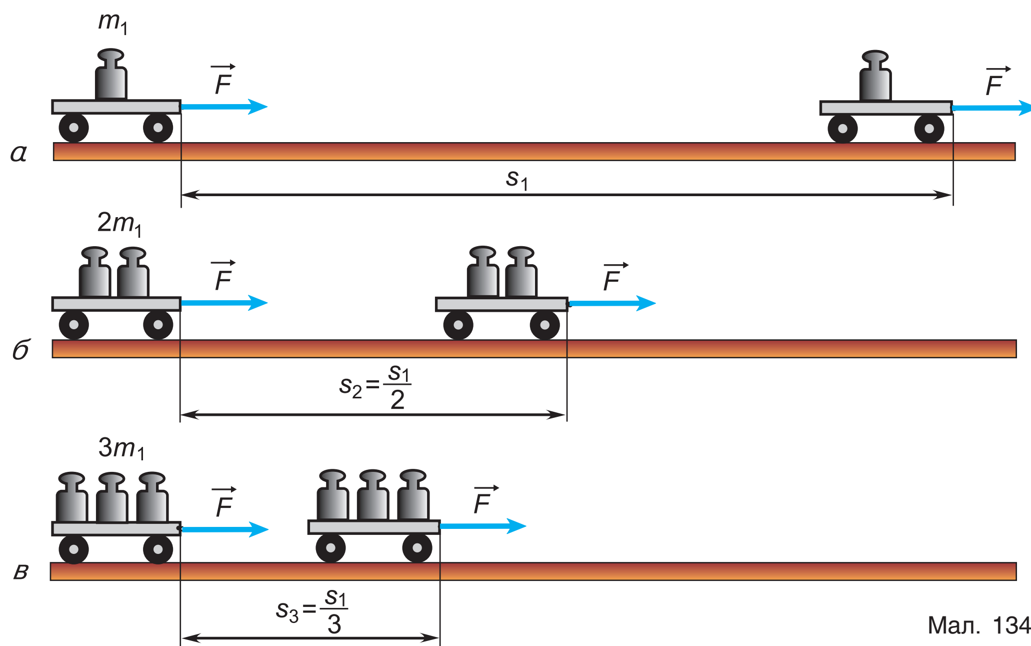
(знак ~ абазначае прапарцыянальнасць дзвюх велічынь).

Зменім характар доследаў. Будзем цяпер адну і тую ж сілу $\vec{F}$ прыкладваць да цел розных мас (мал. 134). Вызначаць паскарэнне будзем тым жа спосабам, што і раней. Мы пераканаемся, што пад дзеяннем адной і той жа сілы цела ў 2 разы большай масы набывае ў 2 разы меншае паскарэнне. Павялічваючы ў наступных доследах масу паскараемага цела ў 3, 4, 5, ... разоў, мы пераканаемся, што модуль паскарэння ў 3, 4, 5, ... разоў памяншаецца.

Модулі паскарэнняў, якія набываюць целы пад дзеяннем аднолькавых сіл, адваротна прапарцыянальныя масам гэтых цел:

$$\boldsymbol{a \sim \frac{1}{m}}. \quad (2)$$

Якой формулай можна выразіць абедзве заканамернасці (1) і (2) адначасова? Формулай $a = k\frac{F}{m}$, дзе k — пастаянны каэфіцыент. Ён залежыць ад выбару адзінкі сілы. Адзінкай сілы ў СІ з'яўляецца **1 ньютан (1 Н) — сіла, пад дзеяннем**



Мал. 134

якой цела масай 1 кг рухаецца з паскарэннем 1 $\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ $\left(1\text{Н} = 1\,\frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}^2}\right)$. Таму ў СІ каэфіцыент $k = 1$, а модуль паскарэння:

$$a = \frac{F}{m}. \qquad (3)$$

Пераканацца ў тым, што суадносіна (3) справядлівая і для руху па акружнасці, можна, калі вярнуцца да доследаў з шарыкам (гл. мал. 132). Модуль F можна вызначыць з паралелаграма сіл (гл. мал. 132). Паскарэнне — па формуле $a = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$, вымяраючы ў кожным з доследаў радыус акружнасці R і перыяд абарачэння T.

З таго, што мы ведаем цяпер аб **прычыне** паскарэння, аб яго **напрамку** і **модулі**, можна зрабіць вывад.

Паскарэнне, якое набываецца целам пад дзеяннем прыкладзеных да яго сіл, накіравана па выніковай гэтых сіл. Модуль паскарэння прама прапарцыянальны модулю выніковай сілы і адваротна прапарцыянальны масе цела.

Гэта **асноўны закон дынамікі — другі закон Ньютана**. Яго матэматычным выразам з'яўляецца вектарная роўнасць:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}. \qquad (4)$$

Формула (4) падкрэслівае, што сіла з'яўляецца прычынай, а паскарэнне — вынікам. Роўнасць (4), запісаная ў выглядзе

$$\boldsymbol{\vec{F} = m\vec{a}}, \qquad (5)$$

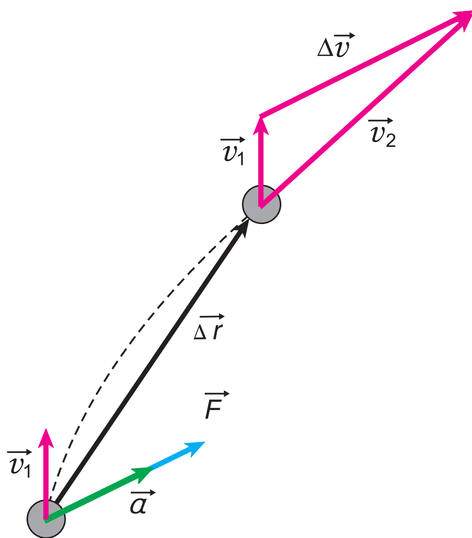
паказвае, як праз масу m і паскарэнне $\vec{a}$ (выніку) знайсці выніковую сілу $\vec{F}$ (прычыну паскарэння).

Пры выкарыстанні формул (4) і (5) трэба мець на ўвазе, што $\vec{F}$ — гэта вектарная сума ўсіх сіл, якія прыкладзены да разглядаемага цела: $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n$.

Чаму другі закон Ньютана з'яўляецца асноўным законам дынамікі? Таму, што ён дазваляе рашаць яе асноўную задачу: па пачатковым становішчы і скорасці цела і дзеючых на яго сілах вызначыць становішча і скорасць руху цела ў любы момант часу.

Пакажам гэта на прыкладзе. Няхай хакейная шайба масай m у момант часу t_1 мела скорасць $\vec{v}_1$ (мал. 135). На працягу прамежку часу Δt выніковая $\vec{F}$ усіх сіл, што дзейнічаюць на шайбу, была пастаяннай. Якой будзе скорасць шайбы і дзе яна будзе знаходзіцца ў момант часу $t_2 = t_1 + \Delta t$?

Пад дзеяннем пастаяннай сілы $\vec{F}$ шайба набудзе пастаяннае паскарэнне $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$. За час Δt скорасць руху шайбы зменіцца на $\Delta\vec{v} = \vec{a}\Delta t = \frac{\vec{F}}{m}\Delta t$. Яе перамяшчэнне за гэты час $\Delta\vec{r} = \vec{v}_1\Delta t + \vec{a}\frac{\Delta t^2}{2} = \vec{v}_1\Delta t + \frac{\vec{F}}{m}\frac{\Delta t^2}{2}$. Па пачатковай скорасці $\vec{v}_1$ і яе змяненню $\Delta\vec{v}_2$ знаходзім канчатковую скорасць: $\vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \Delta\vec{v} = \vec{v}_1 + \frac{\vec{F}}{m}\Delta t$. Па пачатковым становішчы і перамяшчэнні — становішча шайбы ў момант часу t_2 (гл. мал. 135).



Мал. 135

А калі сіла была не пастаяннай? Тады прамежак часу Δt трэба разбіць на такія малыя інтэрвалы (крокі), каб на кожным з іх сіла $\vec{F}$ не паспявала істотна змяніцца. Выкарыстоўваючы рашэнне для пастаяннай сілы і паўтараючы разлікі крок за крокам, можна знайсці становішча цела і яго скорасць у любы момант часу, г. зн. рашыць асноўную задачу дынамікі. Пры вялікім ліку крокаў вылічэнні праводзяць на камп'ютары.

У якіх сістэмах адліку выконваецца другі закон Ньютана? У § 18 мы высветлілі, што пры $\vec{F} = \vec{0}$ паскарэнне цела $\vec{a}$ адносна неінерцыяльнай сістэмы няроўна нулю. Значыць, другі закон Ньютана выконваецца толькі ў інерцыяльных сістэмах адліку.

Пры разліках руху цел адносна неінерцыяльнай сістэмы ў формулу (3) уводзяць неабходныя папраўкі — так званыя «сілы інерцыі».

А як прымяняць формулу (3), калі цела нельга разглядаць як матэрыяльны пункт? У такіх выпадках пад паскарэннем $\vec{a}$ трэба разумець паскарэнне пункта, які называецца *цэнтрам мас* гэтага цела. Вызначэнне цэнтра мас будзе дадзена ў § 26.

Ці дастаткова прароблены намі доследаў, каб сцвярджаць, што другі закон Ньютана выконваецца заўсёды? Зразумела, не. Праверка гэтага закону працягваецца ўжо больш за 300 гадоў. Разлікі руху механізмаў і транспартных сродкаў, планет і іх спадарожнікаў, перамяшчэння паветраных мас, цячэння вады ў рэках і акіянах і г. д. грунтуюцца на законах Ньютана. Супадзенне рэзультатаў такіх разлікаў з тым, што адбываецца рэальна, сведчыць, што законы Ньютана выконваюцца з высокай дакладнасцю для ўсіх макраскапічных аб'ектаў, што вакол нас. У той жа час, з эксперыментаў з мікрачасціцамі вынікае, што да з'яў мікрасвету другі закон, як і ўся механіка Ньютана, непрымяняльны. Другі закон Ньютана ў выглядзе $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$ (і $\vec{F} = m\vec{a}$) нельга прымяняць і для аб'ектаў, скорасць руху якіх параўнальная са скорасцю святла.

Галоўныя вывады

1. Паскарэнне, якое набываецца целам пад дзеяннем прыкладзеных да яго сіл, накіравана гэтак жа, як і выніковая гэтых сіл.
2. Модуль паскарэння прама прапарцыянальны модулю выніковай сілы і адваротна прапарцыянальны масе цела.
3. Адзінка сілы ў СІ — 1 ньютан — гэта сіла, пад дзеяннем якой цела масай 1 кг рухаецца з паскарэннем 1 $\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.
4. Другі закон Ньютана справядлівы толькі ў інерцыяльных сістэмах адліку.

Кантрольныя пытанні

1. Як накіравана паскарэнне ў адносінах да сіл, што дзейнічаюць на цела?
2. Як знайсці модуль паскарэння, калі на цела дзейнічаюць некалькі сіл?
3. Куды накіравана выніковая ўсіх сіл, прыкладзеных да цела, што рухаецца па акружнасці са скорасцю, модуль якой пастаянны?
4. Які фізічны сэнс мае адзінка сілы ў СІ — 1 Н?
5. Ці можна прымяняць другі закон Ньютана ў неінерцыяльных сістэмах адліку? Пакажыце на прыкладах.

Прыклады рашэння задач

1. Сані масай $m = 120$ кг цягнуць па гарызантальным участку шляху, прыкладаючы сілу $\vec{F}$ пад вуглом $\alpha = 45°$ да гарызонту. Модуль сілы $F = 400$ Н. Модуль сілы трэння слізгання $F_{тр} = 100$ Н. Вызначце модуль паскарэння руху саней. Прыняць $g = 10\ \frac{Н}{кг}$.

Дадзена:
$m = 120$ кг
$F = 400$ Н
$\alpha = 45°$
$F_{тр} = 100$ Н

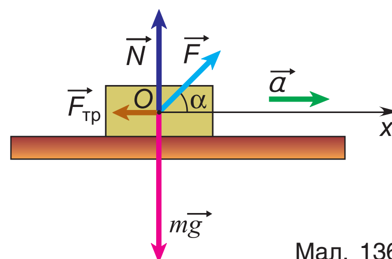
a — ?

Рашэнне

Выканаем малюнак да задачы (мал. 136).

Згодна з другім законам Ньютана:

$$m\vec{a} = \vec{F} + m\vec{g} + \vec{F}_{тр} + \vec{N}.$$



Мал. 136

У праекцыі на вось Ox (гл. мал. 136):

$$ma_x = F_x + mg_x + F_{тр\,x} + N_x;$$

$$F_x = F\cos\alpha;\ \ mg_x = 0;\ \ F_{тр\,x} = -F_{тр};\ \ N_x = 0;$$

$$ma_x = F\cos\alpha - F_{тр};$$

$$a_x = a = \frac{F\cos\alpha - F_{тр}}{m} = \frac{400\ Н \cdot 0{,}71 - 100\ Н}{120\ кг} = 1{,}53\ \frac{м}{с^2}.$$

Адказ: $a = 1{,}53\ \frac{м}{с^2}$.

2. Два цыліндры — стальны і алюмініевы — аднолькавага аб'ёму падвешаны да канцоў ніткі, перакінутай цераз нерухомы блок. Які шлях пройдзе кожны цыліндр за прамежак часу $\Delta t = 0{,}50$ с? Сілы супраціўлення не прымаць у разлік. Блок лічыць бязважкім, нітку — бязважкай і нерасцяжнай. Прыняць $g = 10\ \frac{Н}{кг}$.

Дадзена:
$V_1 = V_2$
$\Delta t = 0{,}50$ с
$g = 10\ \frac{Н}{кг}$
$\rho_{ст} = 7{,}8\ \frac{г}{см^3}$
$\rho_{ал} = 2{,}7\ \frac{г}{см^3}$

s — ?

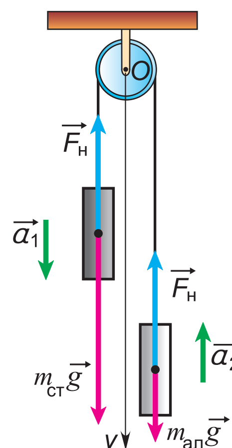
Рашэнне

Выканаем малюнак да задачы (мал. 137).

Пакажам усе сілы, якія дзейнічаюць на кожнае цела. Згодна з другім законам Ньютана:

$$m_{ст}\vec{a}_1 = m_{ст}\vec{g} + \vec{F}_{н}; \qquad (1)$$

$$m_{ал}\vec{a}_2 = m_{ал}\vec{g} + \vec{F}_{н}. \qquad (2)$$



Мал. 137

Паколькі нітка нерасцяжная, $|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2| = a$. Выберам вось Oy (гл. мал. 137) і запішам ураўненні (1) і (2) у праекцыі на гэту вось:

$$m_{\text{ст}} a = m_{\text{ст}} g - F_{\text{н}}; \qquad (3)$$

$$-m_{\text{ал}} a = m_{\text{ал}} g - F_{\text{н}}. \qquad (4)$$

Аднімем ад ураўнення (3) ураўненне (4):

$$(m_{\text{ст}} + m_{\text{ал}}) \cdot a = (m_{\text{ст}} - m_{\text{ал}}) \cdot g.$$

Адсюль:

$$a = \frac{(m_{\text{ст}} - m_{\text{ал}}) \cdot g}{m_{\text{ст}} + m_{\text{ал}}}.$$

Масы цыліндраў:

$$m_{\text{ст}} = \rho_{\text{ст}} \cdot V; \quad m_{\text{ал}} = \rho_{\text{ал}} \cdot V.$$

Тады:

$$a = \frac{(\rho_{\text{ст}} - \rho_{\text{ал}}) \cdot g}{\rho_{\text{ст}} + \rho_{\text{ал}}}.$$

Шлях, пройдзены цыліндрамі:

$$s = \frac{a\Delta t^2}{2};$$

$$s = \frac{(\rho_{\text{ст}} - \rho_{\text{ал}}) \cdot g \cdot \Delta t^2}{2(\rho_{\text{ст}} + \rho_{\text{ал}})} = \frac{5{,}1\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot 10\ \frac{\text{Н}}{\text{кг}} \cdot 0{,}25\ \text{с}^2}{10{,}5\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot 2} = 0{,}61\ \text{м}.$$

Адказ: $s = 0{,}61$ м.

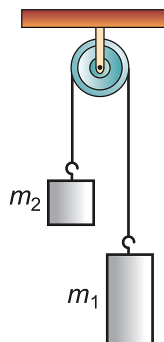
Практыкаванне 13

1. З дапамогай якой фізічнай з'явы можна растлумачыць стрэсванне снегу з шапкі?

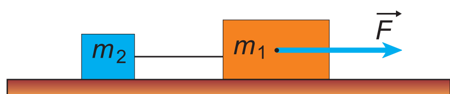
2. Цела масай $m = 6{,}0$ кг перамяшчаюць па гладкай гарызантальнай паверхні, прыкладаючы гарызантальную сілу, модуль якой $F = 4{,}2$ Н. Вызначце модуль паскарэння цела.

3. Вядро з пяском масай $m = 20$ кг падымаюць уверх, дзейнічаючы вертыкальна ўверх сілай, модуль якой $F = 0{,}25$ кН. З якім паскарэннем падымаецца вядро? Каэфіцыент g у гэтай задачы і ў наступных прыняць роўным $g = 10\ \frac{\text{Н}}{\text{кг}}$.

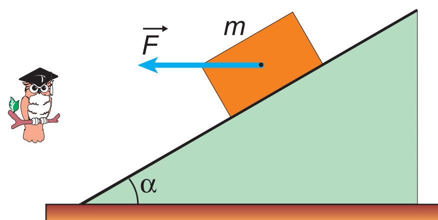
4. Дзве гіры масамі $m_1 = 2{,}0$ кг і $m_2 = 1{,}0$ кг падвешаны на канцах бязважкай нерасцяжнай ніткі, перакінутай цераз бязважкі нерухомы блок (мал. 138). Кожная гіра прайшла шлях $s = 0{,}80$ м. Вызначце модулі паскарэння і скорасці руху гір у канцы шляху.



Мал. 138



Мал. 139



Мал. 140

5. Два грузы масамі $m_1 = 400$ г і $m_2 = 200$ г звязаны бязважкай нерасцяжнай ніткай (мал. 139), разлічанай на гранічную нагрузку 8,20 Н. Вызначце модуль максімальнай сілы F, з якой можна цягнуць груз масай m_1 па гладкай гарызантальнай паверхні, каб нітка не парвалася.

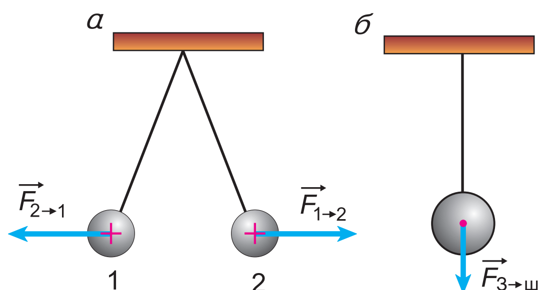
6. На гладкай нахіленай плоскасці з вуглом нахілу $\alpha = 30°$ (мал. 140) знаходзіцца брусок масай $m = 5{,}0$ кг, на які дзейнічае гарызантальная сіла, модуль якой $F = 15$ Н. Вызначце модулі паскарэння руху цела і сілы ціску цела на плоскасць.

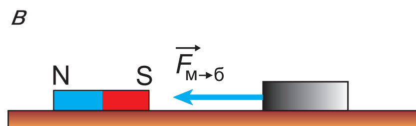
§ 21. Трэці закон Ньютана. Прынцып адноснасці Галілея

Кожная сіла паказвае дзеянне аднаго канкрэтнага цела на другое. З якой сілай пры гэтым другое цела дзейнічае на першае?

На малюнку 141, *а* вектар $\vec{F}_{1 \to 2}$ паказвае сілу, з якой зараджанае цела *1* адштурхвае такое ж зараджанае цела *2*, вектар $\vec{F}_{з \to ш}$ (мал. 141, *б*) — сілу, з якой Зямля прыцягвае шарык, а $\vec{F}_{м \to б}$ (мал. 141, *в*) — сілу, з якой магніт прыцягвае жалезны брусок. Ці дзейнічае пры гэтым зараджанае цела *2* на зараджанае цела *1*? Шарык на Зямлю? Жалезны брусок на магніт? Калі дзейнічае, то з якой сілай?

Адказ відавочны толькі для выпадку, паказанага на малюнку 141, *а*. Зараджаныя целы *1* і *2* «раўнапраўныя». Цела *2* адштурхвае цела *1* дакладна гэтак жа, як цела *1* адштурхвае цела *2*. Модулі сіл $\vec{F}_{1 \to 2}$ і $\vec{F}_{2 \to 1}$ роўныя, а іх напрамкі про-

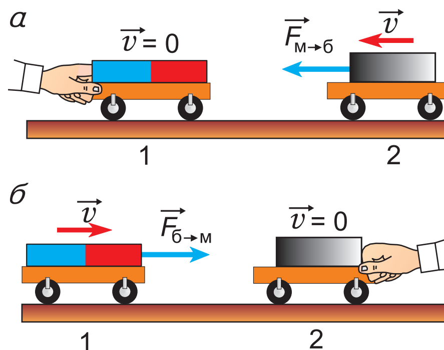




Мал. 141

цілеглыя. А калі целы адрозніваюцца адно ад аднаго (мал. 141, *б*, *в*)?

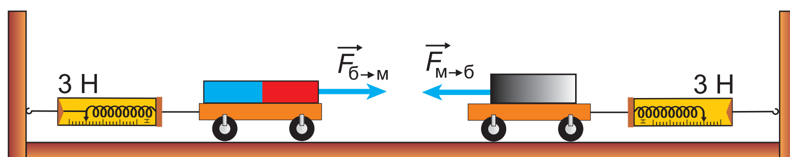
Правядзём дослед. Змесцім магніт на цялежку *1*, а жалезны брусок — на цялежку *2* (мал. 142).



Мал. 142

Утрымліваючы цялежку *1* з магнітам, дадзім цялежцы *2* магчымасць рухацца (гл. мал. 142, *а*). Яна паедзе ў бок магніта. Цяпер будзем утрымліваць цялежку *2* (гл. мал. 142, *б*), а цялежку *1* адпусцім. Цялежка з магнітам пачне рухацца ў бок бруска. Значыць, і жалезны брусок прыцягвае да сябе магніт. Ці аднолькавыя модулі сіл, з якімі магніт і брусок прыцягваюць адзін аднаго? Гэта можна высветліць з дапамогай дынамометраў (гл. мал. 143). Роўнасць іх паказанняў сведчыць аб тым, што модулі гэтых сіл роўныя: $F_{м\to б} = F_{б\to м}$.

Рэзультат разгледжанага доследу невыпадковы. Механічнае дзеянне аднаго цела на другое **заўсёды ўзаемнае** — гэта або ўзаемнае прыцяжэнне, або ўзаемнае адштурхванне. Аднабаковага дзеяння не бывае. Існуе толькі *ўзаемадзеянне*. Пры гэтым **сілы, з якімі целы дзейнічаюць адно на аднаго, ляжаць на адной прамой, маюць процілеглыя напрамкі і роўныя модулі**:



Мал. 143

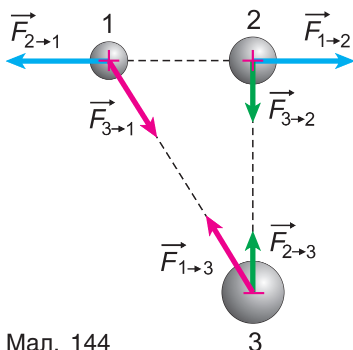
$$\vec{F}_{1\to 2} = -\vec{F}_{2\to 1}. \quad (1)$$

Гэта сцвярджэнне справядлівае для цел любых мас, памераў, формы і саставу рэчываў. Яно мае назву **трэці закон Ньютана**.

Што трэба ведаць пра сілы ўзаемадзеяння?

Сілы ўзаемадзеяння прыкладзены да розных цел ($\vec{F}_{1\to 2}$ — да цела *2*, $\vec{F}_{2\to 1}$ — да цела *1*) (гл. мал. 141, *а*). Таму яны не могуць кампенсаваць (ураўнаважыць) адна адну.

Сілы ўзаемадзеяння маюць аднолькавае «паходжанне» (напрыклад, абедзве з'яўляюцца электрычнымі або абедзве — сіламі гравітацыі).



Мал. 144

Калі адначасова ўзаемадзейнічаюць некалькі цел, то роўнасць (1) выконваецца для кожнай пары цел (мал. 144).

З прычыны трэцяга закону Ньютана можа ўзнікнуць, напрыклад, такое пытанне: «*Чаму яблык падае на Зямлю, а не Зямля на яблык, хоць модулі сіл, з якімі яны прыцягваюць адно аднаго, роўныя?*»

Роўнасць сіл не азначае роўнасці рэзультатаў іх дзеяння. Пад дзеяннем узаемнага прыцяжэння падае і яблык на Зямлю, і Зямля на яблык. Але з-за велізарнай рознасці мас гэтых цел адлегласць, якую праходзіць Зямля насустрач яблыку, вельмі нязначная ў параўнанні з адлегласцю, пройдзенай яблыкам.

Дакажам гэта. Для цел, якія ўзаемадзейнічаюць, па трэцім законе Ньютана маем $\vec{F}_{1\to2} = -\vec{F}_{2\to1}$, а па другім законе — $\vec{F}_{1\to2} = m_2\vec{a}_2$, $\vec{F}_{2\to1} = m_1\vec{a}_1$. Адсюль

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{m_1}{m_2}. \qquad (2)$$

Значыць, паскарэнні цел, якія ўзаемадзейнічаюць, адваротна прапарцыянальны іх масам. Гэта справядліва пры выкананні дзвюх умоў: паскарэнні вызначаны адносна інерцыяльнай сістэмы адліку; уплыванне іншых цел неістотнае. Калі ў пачатковы момант абодва целы знаходзіліся ў спакоі, то па законах кінематыкі

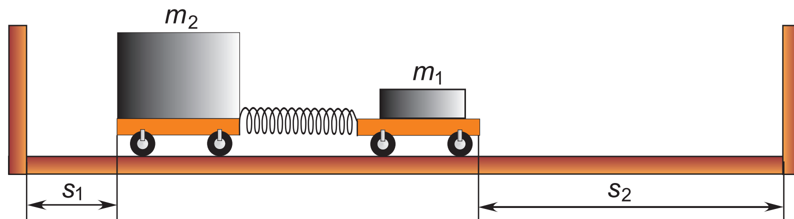
$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{s_2}{s_1}. \qquad (3)$$

Тут v_1 і v_2 — модулі скарасцей, набытыя целамі, а s_1 і s_2 — пройдзеныя імі шляхі. Выведзіце суадносіну (3) самастойна, лічачы рух цел роўнапаскораным. З формул (2) і (3) вынікае:

$$\frac{s_2}{s_1} = \frac{m_1}{m_2}. \qquad (4)$$

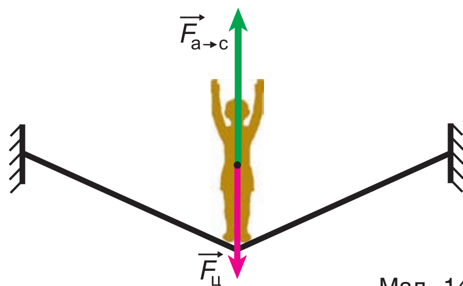
Вызначце шлях, які пройдзе Зямля насустрач яблыку, які падае з вышыні $h = 2$ м. Маса яблыка $m_1 = 300$ г, маса Зямлі $m_2 = 6 \cdot 10^{24}$ кг.

Суадносіны (2) і (4) можна выкарыстаць для параўнання мас. Прапануйце спосаб вызначэння мас $\frac{m_1}{m_2}$ з дапамогай устаноўкі, паказанай на малюнку 145.



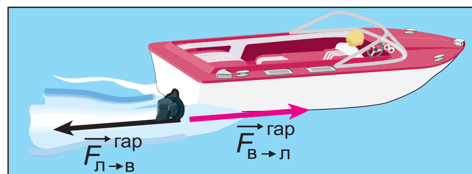
Мал. 145

Трэці закон Ньютана тлумачыць многія з'явы паўсядзённага жыцця. Так, пры скачках у вышыню спартсмен адштурхвае апору з сілай $\vec{F}_{с \to а}$. Процідзейная (у адказ) сіла $\vec{F}_{а \to с}$ надае скакуну накіраванае ўверх паскарэнне. Для скачкоў на батуце (мал. 146) гэта праяўляецца вельмі нагляднa.



Мал. 146

Чалавек пры хадзьбе, аўтамабіль пры руху адштурхваюцца ад дарожнага пакрыцця. У адказ на гэта дарожнае пакрыццё дзейнічае на іх з сілай, якая мае гарызантальную складальную, накіраваную ўперад. Лодка (мал. 147), карабль адштурхваюцца ад вады, самалёт — ад паветра.



Мал. 147

Дослед сведчыць, што трэці закон Ньютана выконваецца з вялікай дакладнасцю для механічных з'яў у макрасвеце пры нерэлятывісцкіх ($v << c$) скарасцях руху цел.

Адхіленні ад трэцяга закону Ньютана істотныя пры рэлятывісцкіх скарасцях, а таксама пры вялікіх адлегласцях паміж целамі, якія рухаюцца. Гэта выклікана тым, што:

- пры руху з вялікімі скарасцямі могуць адыгрываць значную ролю сілы, напрамак якіх не супадае з лініяй, што злучае целы (напрыклад, магнітныя сілы, якія ўзнікаюць пры руху электрычна зараджаных часціц);
- дзеянне аднаго цела на другое не распаўсюджваецца імгненна.

Мы вывучылі законы Ньютана. Пазнаёмімся яшчэ з адным важным палажэннем механікі — **прынцыпам адноснасці Галілея**.

Разгледзім прыклад. На століку ў купэ вагона ляжыць тэнісны мячык (мал. 148). Пакуль вагон рухаецца раўнамерна і прамалінейна, мячык застаецца ў стане спакою. Калі поезд паскорыць рух або запаволіць яго, то мячык пачне рухацца адносна вагона. Значыць, у сістэмах адліку «вагон у спакоі» і «вагон, які рухаецца паскорана» механічныя з'явы адбываюцца па-рознаму. Гэтыя сістэмы «нераўнапраўныя»: першая сістэма адліку інерцыяльная, а другая — неінерцыяльная. А ці раўнапраўныя паміж сабой інерцыяльныя сістэмы? Ці аднолька-



Мал. 148

вы, напрыклад, рух цел у вагоне, які знаходзіцца ў спакоі, і вагоне, што рухаецца раўнамерна і прамалінейна?

Дослед сведчыць аб тым, што і ў вагоне поезда, і ў салоне самалёта, які ляціць з вялікай скорасцю, усе целы будуць рухацца дакладна так, як і ў нерухомай адносна Зямлі сістэме адліку. Неабходна толькі, каб поезд, самалёт і г. д. рухаліся адносна Зямлі раўнамерна і прамалінейна. Параўноўваць пры гэтым трэба рухі цел, якія маюць аднолькавыя пачатковыя ўмовы, г. зн. аднолькавыя пачатковыя скорасці і аднолькавыя пачатковыя становішчы адносна «сваіх» сістэм адліку.

Назапашаны ў штодзённых назіраннях і фізічных эксперыментах вопыт сведчыць: **ва ўсіх інерцыяльных сістэмах усе механічныя з'явы пры аднолькавых пачатковых умовах адбываюцца аднолькавым чынам**.

Гэта сцвярджэнне выражае **раўнапраўнасць усіх інерцыяльных сістэм у механіцы**. Яно мае назву **«прынцып адноснасці Галілея»**.

Яшчэ ў 1632 г. Галілей сцвярджаў: «Ніякімі механічнымі доследамі, праведзенымі ўнутры сістэмы, немагчыма вызначыць, знаходзіцца сістэма ў спакоі або рухаецца раўнамерна і прамалінейна». Для таго часу погляды Галілея здаваліся супярэчнымі цвярозаму розуму. Лічылася відавочным, што Зямля знаходзіцца ў спакоі. І сцвярджэнне аб тым, што Зямля рухаецца, разглядалася як небяспечная ерась.

Законы Ньютана і прынцып адноснасці — аснова **класічнай** механікі, яе найбольш агульныя палажэнні. Але іх недастаткова для таго, каб рашыць любую яе задачу. Неабходна яшчэ ведаць заканамернасці, якія характэрны для кожнага віду сіл.

Галоўныя вывады

1. Дзеянне цел адно на аднаго заўсёды ўзаемнае. Узаемадзеянне цел у механіцы — гэта або ўзаемнае прыцяжэнне, або ўзаемнае адштурхванне.
2. Сілы ўзаемадзеяння двух цел маюць аднолькавую прыроду, накіраваны па адной прамой у процілеглыя бакі і маюць роўныя модулі (трэці закон Ньютана).
3. Сілы ўзаемадзеяння двух цел не кампенсуюць адна адну, паколькі яны прыкладзены да розных цел.
4. Ва ўсіх інерцыяльных сістэмах усе механічныя з'явы пры аднолькавых пачатковых умовах адбываюцца аднолькавым чынам (прынцып адноснасці Галілея).

Кантрольныя пытанні

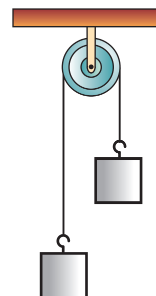
1. Да чаго зводзіцца ўзаемадзеянне цел у механіцы?
2. Што агульнае маюць сілы, з якімі два целы дзейнічаюць адно на аднаго? Чым яны адрозніваюцца?
3. Ці могуць сілы ўзаемадзеяння кампенсаваць адна адну? Чаму?
4. У чым заключаецца прынцып адноснасці Галілея?

Практыкаванне 14

1. Гіра знаходзіцца на кавалку паралону (мал. 149). Пакажыце сілы ўзаемадзеяння гэтых цел аднаго з адным. Як накіраваны гэтыя сілы? Дзе знаходзяцца пункты прыкладання гэтых сіл?

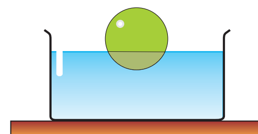

Мал. 149

2. На нітцы, перакінутай цераз нерухомы блок, вісяць два грузы (мал. 150). Вызначце і пакажыце сілы, што дзейнічаюць на блок, на нітку і на кожны з грузаў. Пакажыце, якія з гэтых сіл звязаны паміж сабой трэцім законам Ньютана.

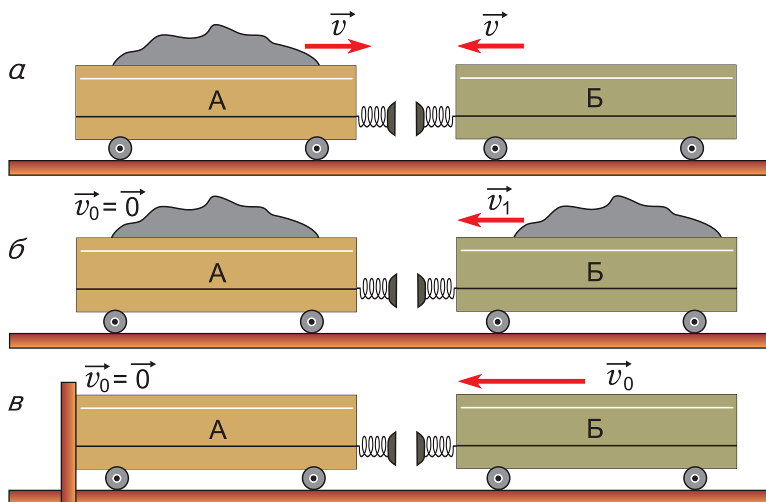

Мал. 150

3. Чаму на лёдзе цяжка разагнацца без канькоў, але лёгка — на каньках?

4. Назавіце сілы, якія дзейнічаюць на мяч, што плавае ў вадзе (мал. 151). Для кожнай з гэтых сіл пакажыце сілу, звязаную з ёй трэцім законам Ньютана.


Мал. 151


5. Для змякчэння (памяншэння) удараў пры кантактах вагоны абсталяваны спецыяльнымі спружынамі (мал. 152). У якога з двух аднолькавых вагонаў пры сутыкненні мацней сціснуцца спружыны? Разгледзьце тры выпадкі: а) вагоны рухаліся насустрач адзін аднаму з аднолькавымі скарасцямі, але вагон *А* быў загружаны, а вагон *Б* — пусты; б) абодва вагоны былі аднолькава загружаны, але вагон *А* да сутыкнення знаходзіўся ў спакоі; в) адзін з вагонаў да сутыкнення стаяў ушчыльную да нерухомай сцяны.



Мал. 152

§ 22. Дэфармацыя цел. Сіла пругкасці. Закон Гука

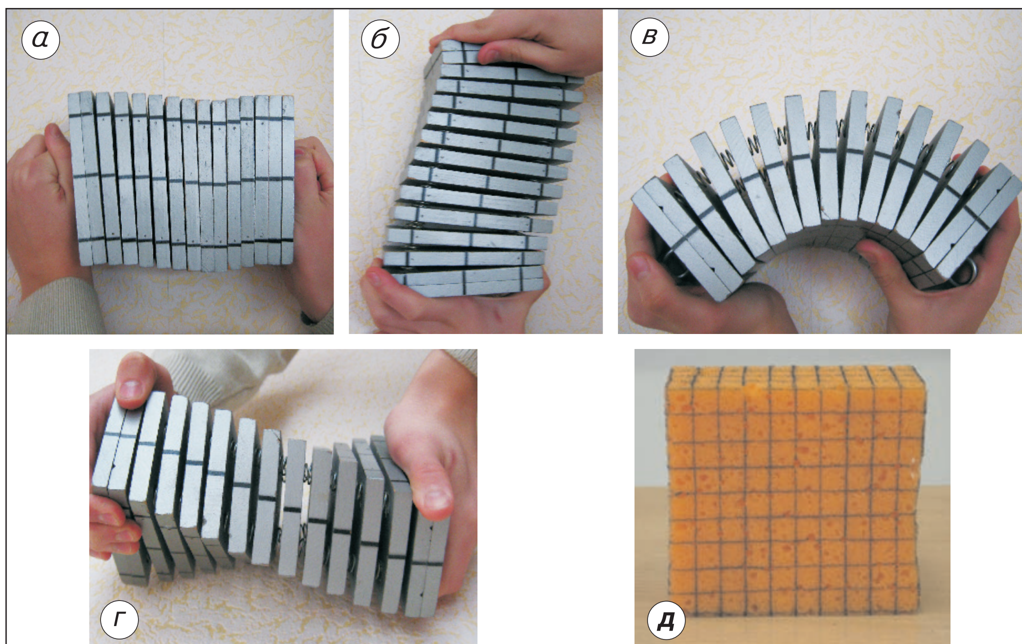
Мы ведаем, як вызначыць паскарэнне цела, якое выклікана прыкладзенымі да яго сіламі. А як знайсці дэфармацыю цела, якая ўзнікае ў выніку дзеяння сіл?

Змяненне памераў або (і) формы цела называюць дэфармацыяй цела.

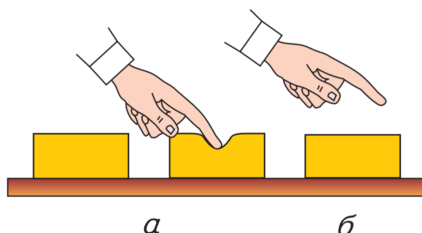
Дэфармацыя адбываецца ў выніку перамяшчэння адных частак цела адносна другіх. Адрозніваюць такія дэфармацыі, як сцісканне, расцяжэнне, зрушэнне, выгін, кручэнне. На малюнку 153, *а, б, в, г* яны паказаны на мадэлі цела, якая складаецца з пласцін і спружынак.

Дэфармацыі можна прадэманстраваць таксама, выкарыстоўваючы ў якасці мадэлі прамавугольны паралелепіпед з паралону, на грані якога нанесены паралельныя прамыя (мал. 153, *д*).

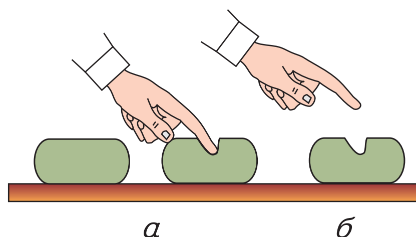
Асноўнымі відамі дэфармацый з'яўляюцца сцісканне (гл. мал. 153, *а*), расцяжэнне і зрушэнне (гл. мал. 153, *б*). Пры сцісканні і расцяжэнні змяняюцца адлегласці паміж слаямі, а пры зрушэнні — слаі зрушваюцца адзін адносна аднаго.



Мал. 153



Мал. 154



Мал. 155

Дэфармацыю выгіну можна ўявіць як камбінацыю дэфармацый сціскання і расцяжэння, неаднолькавую ў розных частках цела (гл. мал. 153, *в*). Дэфармацыя кручэння зводзіцца да камбінацыі дэфармацый зрушэння (гл. мал. 153, *г*).

Усе віды дэфармацый узнікаюць пад дзеяннем прыкладзеных да цела знешніх сіл (гл. мал. 153). Калі пасля спынення дзеяння сілы памеры і форма цела поўнасцю ўзнаўляюцца, то дэфармацыю называюць **пругкай**. Калі ж узнаўленне не будзе поўным, то дэфармацыю называюць **няпругкай** або **пластычнай**.

Правядзём дослед. Падзейнічаем сілай пальцаў на кавалак гумы (мал. 154, *а*). Ён дэфармуецца. Спынім дзеянне сілы. Дэфармацыя знікне (мал. 154, *б*). Гэта была пругкая дэфармацыя. Падзейнічаем цяпер на кавалак пластыліну (мал. 155, *а*). Пасля спынення дзеяння сілы форма пластыліну не ўзнавілася (мал. 155, *б*). Значыць, дэфармацыя была пластычнай (няпругкай).

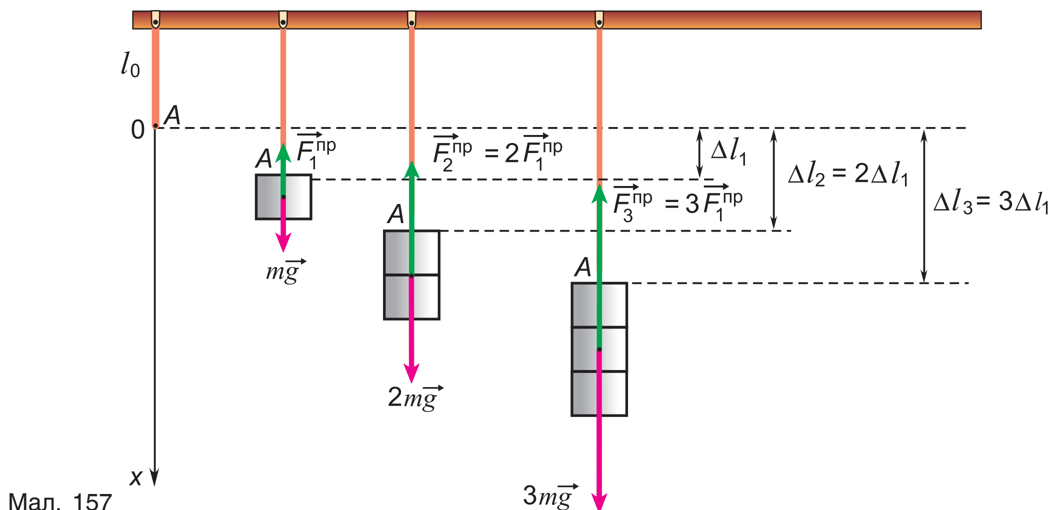
Характар дэфармацыі залежыць не толькі ад матэрыялу ўзору, але і ад таго, наколькі вялікая знешняя сіла, як доўга яна дзейнічае, а таксама ад тэмпературы цела. Напрыклад, калі жалезную пласціну крыху сагнуць і адпусціць, яна ўзновіць сваю форму. Аднак калі яе замацаваць у сагнутым стане на доўгі час, то пасля зняцця знешняй сілы ўзнаўленне будзе няпоўным. Вялікая знешняя сіла можа выклікаць пластычную дэфармацыю і за кароткі час. Калі ж цела нагрэта да высокай тэмпературы, то дэфармацыя будзе пластычнай нават пры дзеянні невялікай кароткатэрміновай сілы.

Пластычную дэфармацыю зведвае метал пры пракаце, коўцы (мал. 156), штампоўцы і г. д.



Мал. 156

Разгледзім больш падрабязна найбольш простую дэфармацыю: пругкае расця-



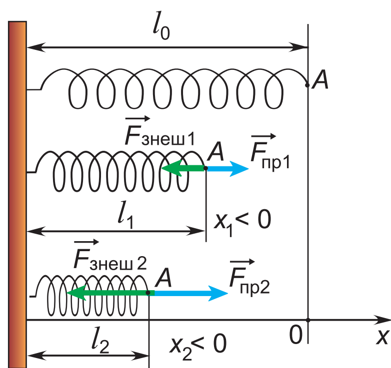
Мал. 157

жэнне. Нас будуць цікавіць пытанні: якая сіла ўзнікае ў адказ на дзеянне дэфармуючай сілы? Якая яе прырода? Якім заканамернасцям яна падпарадкоўваецца?

Правядзём дослед. Замацуем адзін канец гумавага шнура, а да другога падвесім груз (мал. 157). Шнур расцягнецца — яго даўжыня l будзе большай за пачатковую даўжыню l_0, а груз прыйдзе ў стан спакою.

Якая сіла кампенсуе сілу цяжару $m\vec{g}$, што дзейнічае на груз? Сіла $\vec{F}_{пр}$, прыкладзеная да грузу з боку расцягнутага шнура (гл. мал. 157). Яна называецца **сілай пругкасці**. Для грузу, які знаходзіцца ў стане спакою, $m\vec{g} = -\vec{F}_{пр}$.

Будзем павялічваць нагрузку і вымяраць **падаўжэнне** шнура $\Delta l = l - l_0$. Дослед сведчыць: пры павелічэнні дэфармуючай сілы (mg, $2mg$, $3mg$, ...) (гл. мал. 157) падаўжэнне шнура Δl павялічваецца ў столькі ж разоў (Δl_1, $2\Delta l_1$, $3\Delta l_1$, ...). Пры кожным вымярэнні модуль сілы цяжару быў роўны модулю сілы пругкасці. Значыць, модуль сілы пругкасці прама прапарцыянальны падаўжэнню шнура: $F_{пр} \sim \Delta l$.



Мал. 158

Вывучыць дэфармацыю сціскання можна, правёўшы аналагічныя доследы са спружынай (мал. 158). Мы пераканаемся, што модуль сілы пругкасці спружыны будзе прама прапарцыянальны памяншэнню яе даўжыні (гл. мал. 158).

Такія рэзультаты атрымліваюцца, калі дэфармацыі з'яўляюцца пругкімі, г. зн. калі пасля зняцця нагрузкі памеры цела поўнасцю ўзнаўляюцца.

Доследы сведчаць: **пры пругкіх дэфармацыях сціскання і расцяжэння модуль сілы пругкасці прама прапарцыянальны модулю змянення даўжыні цела**:

$$\boldsymbol{F_{пр} = k|\Delta l|.} \qquad (1)$$

Гэта сцвярджэнне мае назву **закон Гука**.

Каэфіцыент прапарцыянальнасці $k = \frac{F_{пр}}{|\Delta l|}$ называецца **жорсткасцю** цела. **Жорсткасць цела лікава роўна модулю сілы пругкасці, якая ўзнікае пры падаўжэнні (або сцісканні) цела на адзінку даўжыні.**

У СІ жорсткасць вымяраецца ў *ньютанах на метр* $\left(\frac{\text{Н}}{\text{м}}\right)$. Жорсткасць цела залежыць ад матэрыялу, з якога яно выраблена, ад формы і памераў цела, ад яго тэмпературы. Жорсткасць цела пастаяннага сячэння (шнур, дрот і г. д.) прама прапарцыянальная плошчы яго сячэння і адваротна прапарцыянальная даўжыні цела.

З дапамогай закону Гука можна знайсці змяненне памераў цела пад дзеяннем знешняй сілы:

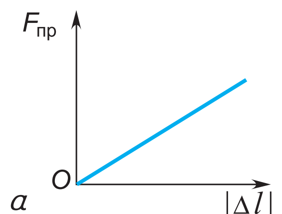
$$|\Delta l| = \frac{F_{знеш}}{k}. \qquad (2)$$

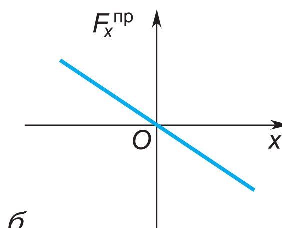
Формула (2) вынікае з формулы (1), паколькі пры раўнавазе модулі сіл пругкасці і знешняй сілы роўныя.

На малюнках 157 і 158 паказана, што і пры расцяжэнні, і пры сцісканні сіла пругкасці накіравана супраць перамяшчэння пункта, у якім да цела прыкладзена дэфармуючая сіла (пункт A). Каб выразіць гэта матэматычна, закон Гука запісваюць у выглядзе:

$$\boldsymbol{F_x^{пр} = -kx.} \qquad (3)$$

Тут $F_x^{пр}$ — праекцыя сілы пругкасці на вось Ox (гл. мал. 157 і 158), а x — каардыната пункта A. Пачатак каардынат на восі Ox выбраны так, каб пры адсутнасці дэфармацыі каардыната пункта A была роўна нулю. Знак «мінус» у формуле (3) паказвае: сіла пругкасці і перамяшчэнне пункта, у якім да цела прыкладзена дэфармуючая сіла, маюць процілеглыя напрамкі.





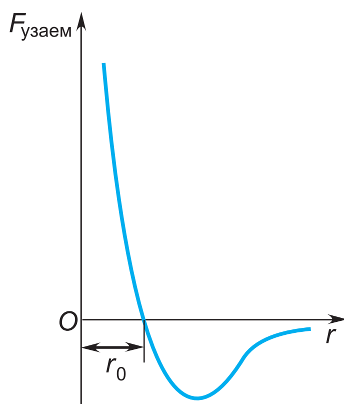
Мал. 159

Графікі залежнасці модуля сілы пругкасці $F_{пр}$ ад модуля абсалютнага падаўжэння $|\Delta l|$ (мал. 159, *а*) і пра-

екцыі $F_x^{пр}$ ад каардынаты x (мал. 159, *б*) — прамыя лініі.

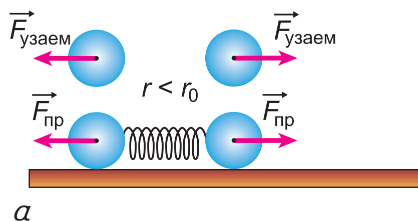
Якая ж прырода сіл пругкасці? Мы ведаем, што ўсе целы складаюцца з атамаў (малекул). У цэнтры атама знаходзіцца дадатна зараджанае ядро, а вакол яго — адмоўна зараджаныя электроны. Рознаіменна зараджаныя часціцы прыцягваюць адна адну, а аднайменна зараджаныя — адштурхваюць.

Значыць, паміж атамамі (малекуламі) адначасова дзейнічаюць і сілы прыцяжэння, і сілы адштурхвання. Іх выніковая і ёсць сіла ўзаемадзеяння паміж атамамі (малекуламі). Графік, які характарызуе залежнасць сілы ўзаемадзеяння двух атамаў ад адлегласці r паміж іх цэнтрамі, паказаны на малюнку 160.

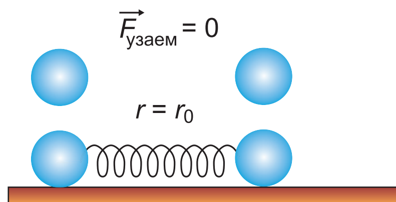


Мал. 160

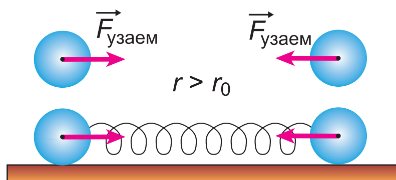
Пры адлегласці $r = r_0$ сілы прыцяжэння і адштурхвання кампенсуюць адна адну і сіла ўзаемадзеяння роўна нулю (мал. 160, 161, *б*). Адлегласць r_0 называюць **раўнаважнай**. Пры $r < r_0$ пераважаюць сілы адштурхвання (мал. 160, 161, *а*), а пры $r > r_0$ — сілы прыцяжэння (мал. 160, 161, *в*).



а



б



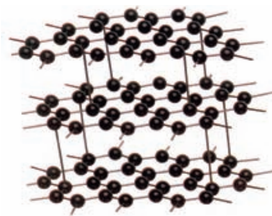
в

Мал. 161

Пры дэфармацыі сціскання адлегласць r паміж малекуламі будзе меншай, чым r_0, і сілы адштурхвання малекул будуць перашкаджаць сцісканню. Пры дэфармацыі расцяжэння, калі $r > r_0$, сілы прыцяжэння малекул перашкаджаюць расцяжэнню. Гэта тлумачыць паводзіны цел пры дэфармаванні, а значыць, і прыроду пругкіх сіл. **Сілы пругкасці маюць электрамагнітную прыроду.**

І пругкія, і пластычныя ўласцівасці вызначаюцца тым, з якіх атамаў і малекул складаецца рэчыва і як яны размешчаны ў адносінах адзін да аднаго (хаатычна або ўтвараюць крышталічную рашотку, а калі ўтвараюць, то якую, і г. д.). На малюнку 162 паказаны кры-


Алмаз


Графіт

Мал. 162

шталічныя рашоткі алмазу і графіту. Адрозненне ў размяшчэнні адных і тых жа атамаў (атамаў вугляроду) прыводзіць да значных адрозненняў уласцівасцей гэтых рэчываў.

Галоўныя вывады

1. Змяненне памераў або формы цела называецца дэфармацыяй. Дэфармацыя адбываецца ў выніку дзеяння на цела знешніх сіл.

2. Калі пасля спынення дзеяння знешніх сіл памеры і форма цела поўнасцю ўзнаўляюцца, то дэфармацыя называецца пругкай, калі ўзнаўленне няпоўнае, то — пластычнай.

3. Сілы пругкасці ўзнікаюць пры дэфармаванні цела. Яны перашкаджаюць сілам, якія выклікаюць дэфармацыю. Сілы пругкасці маюць электрамагнітную прыроду.

4. Пры пругкіх дэфармацыях сціскання-расцяжэння модуль сілы пругкасці прама прапарцыянальны модулю змянення даўжыні цела:

$$F_{\text{пр}} = k|\Delta l|.$$

5. Жорсткасць цела вымяраецца ў $\frac{\text{Н}}{\text{м}}$. Яна залежыць ад матэрыялу, з якога выраблена цела, яго памераў і формы, яго тэмпературы.

Кантрольныя пытанні

1. Пры якіх умовах узнікае дэфармацыя цела? Якія бываюць дэфармацыі?
2. Што такое пругкая дэфармацыя? Пластычная дэфармацыя?
3. Калі ўзнікаюць сілы пругкасці? Як яны накіраваны?
4. Якая прырода сіл пругкасці?
5. Што сцвярджае закон Гука? Пры якіх умовах ён выконваецца?
6. Што такое жорсткасць цела? Ад чаго яна залежыць?



7. Ці будзе залежнасць сілы пругкасці ад падаўжэння цела лінейнай пры любых значэннях Δl?

Прыклад рашэння задачы

Пад дзеяннем спружыннага дынамометра жалезны кубік з даўжынёй канта $l = 20{,}0$ см рухаецца па гладкай гарызантальнай паверхні з пастаянным паскарэннем, модуль якога $a = 10\ \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$. Чаму будзе роўна падаўжэнне спружыны дынамометра, жорсткасць якой $k = 100\ \frac{\text{Н}}{\text{м}}$?

Дадзена:

$l = 20{,}0$ см $= 0{,}200$ м

$a = 10\ \frac{\text{см}}{\text{с}^2} = 0{,}10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

$k = 100\ \frac{\text{Н}}{\text{м}}$

$\rho_{\text{ж}} = 7800\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

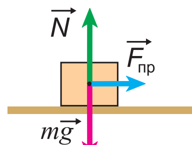
Δl — ?

Рашэнне

Выканаем малюнак да задачы (мал. 163).

На брусок дзейнічаюць: сіла цяжару $m\vec{g}$, сіла рэакцыі паверхні $\vec{N}$ і сіла пругкасці спружыны $\vec{F}_{\text{пр}}$ (гл. мал. 163).

Трэнне па ўмове задачы адсутнічае.



Мал. 163

Па другім законе Ньютана:

$$m\vec{a} = \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{\text{пр}}. \quad (1)$$

У праекцыі на вось Ox:

$$ma = F_{\text{пр}}. \quad (2)$$

Маса кубіка $m = \rho_{\text{ж}} V$, аб'ём кубіка $V = l^3$. Тады:

$$m = \rho_{\text{ж}} l^3. \quad (3)$$

Модуль сілы пругкасці па законе Гука:

$$F_{\text{пр}} = k|\Delta l|. \quad (4)$$

Падставіўшы выразы (3) і (4) у выраз (2), атрымаем:

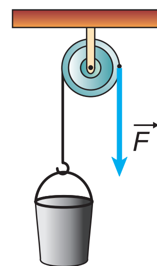
$$\rho_{\text{ж}} l^3 a = k|\Delta l|.$$

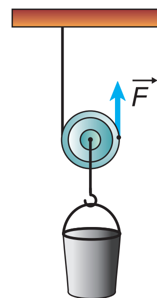
Адкуль:

$$|\Delta l| = \frac{\rho_{\text{ж}} l^3 a}{k} = \frac{7800\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 0{,}0080\ \text{м}^3 \cdot 0{,}10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{100\ \frac{\text{Н}}{\text{м}}} = 0{,}062\ \text{м}.$$

Адказ: $\Delta l = 6{,}2$ см.

Практыкаванне 15





Мал. 164

1. Вядро з пяском масай $m = 15{,}0$ кг раўнамерна падымаюць з дапамогай вяроўкі і нерухомага блока (мал. 164, *а*). Вызначце модуль сілы пругкасці вяроўкі. Масу блока, вяроўкі і трэнне не прымаць у разлік. У гэтай і наступных задачах прымаць $g = 10\ \frac{\text{Н}}{\text{кг}}$.

2. Якім будзе модуль сілы пругкасці вяроўкі, калі ва ўмове папярэдняй задачы выкарыстоўваецца рухомы блок (мал. 164, *б*)?

3. Вызначце модуль сілы пругкасці вяроўкі, калі вядро масай $m = 15{,}0$ кг (гл. мал. 164, *б*) падымаюць з паскарэннем, модуль якога $a = 1{,}60\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

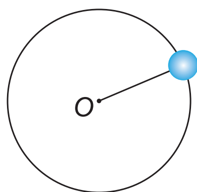
4. Па гладкай гарызантальнай паверхні па акружнасці радыусам $R = 30$ см рухаецца шарык масай $m = 200$ г, які ўтрымліваецца ніткай (мал. 165). Вуглавая скорасць руху шарыка пастаянная і роўна $\omega = 2{,}0\ \frac{\text{рад}}{\text{с}}$. Вызначце падаўжэнне ніткі, калі яе жорсткасць $k = 60\ \frac{\text{Н}}{\text{м}}$.

5. Трос мае жорсткасць $k = 4{,}0 \cdot 10^5\ \frac{\text{Н}}{\text{м}}$. Гранічнае расцяжэнне, пры якім трос яшчэ захоўвае пругкія ўласцівасці, $\Delta l = 12$ мм. Ці захавае трос пругкія ўласцівасці, калі да яго падвесіць груз масай: а) $m_1 = 240$ кг; б) $m_2 = 600$ кг?

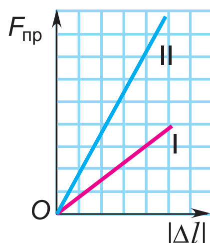
6. На малюнку 166 паказаны графікі залежнасці модуляў сілы пругкасці ад абсалютнага падаўжэння для дзвюх спружын. У колькі разоў адрозніваюцца жорсткасці спружын?



7. Спружына мае жорсткасць $k = 150\ \frac{\text{Н}}{\text{м}}$. Якой будзе жорсткасць сістэмы з дзвюх такіх спружын, злучаных: а) паслядоўна; б) паралельна?



Мал. 165



Мал. 166

§ 23. Сілы трэння. Сілы супраціўлення асяроддзя

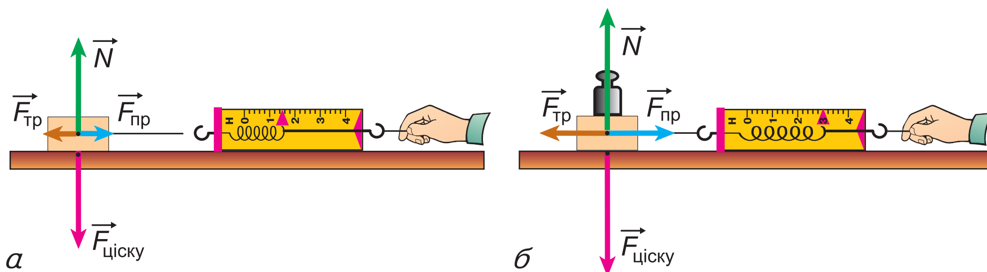
Згодна з першым законам Ньютана для руху з пастаяннай скорасцю сілы не патрэбны. Чаму ж, калі не цягнуць або не падштурхваць санкі, яны запаволяць свой рух і спыняцца? Якая сіла спыняе іх?

Уяўленне аб сілах, якія перашкаджаюць руху цел — *сілах трэння* і *сілах супраціўлення,* — вы атрымалі ў 7-м класе. Разгледзім іх больш падрабязна.

Калі адно цела слізгае па паверхні другога, то руху перашкаджае сіла трэння слізгання, калі коціцца — сіла трэння качэння.

Ад чаго залежыць сіла трэння слізгання? Куды яна накіравана?

Правядзём дослед. З дапамогай дынамометра будзем перамяшчаць драўляны брусок па паверхні стала (мал. 167, *а*).



Мал. 167

Пры раўнамерным руху бруска модуль сілы трэння $F_{тр}$ будзе роўны модулю сілы пругкасці спружыны дынамометра $F_{пр}$. Нагружаючы брусок гірамі, будзем павялічваць сілу ціску $\vec{F}_{ціску}$ бруска на стол (мал. 167, *б*). Доследы сведчаць, што пры павелічэнні сілы ціску ў 2, 3, 4, ... разы, сіла трэння павялічваецца таксама ў 2, 3, 4, ... разы. Значыць, **модуль сілы трэння слізгання прама прапарцыянальны модулю сілы ціску:**

$$F_{тр} = \mu F_{ціску}. \quad (1)$$

Каэфіцыент прапарцыянальнасці μ называюць *каэфіцыентам трэння слізгання*. Каэфіцыент μ **залежыць ад матэрыялаў цел і стану іх паверхняў, што судакранаюцца**. На значэнне гэтага каэфіцыента моцна ўплывае гладкасць паверхняў, наяўнасць прымесей і бруду. У табліцы 1 прыведзены каэфіцыенты трэння некаторых матэрыялаў.

Табліца 1. **Каэфіцыенты трэння слізгання**

Матэрыялы	Каэфіцыент трэння
Дрэва па дрэве	0,3—0,5
Лёд па лёдзе	0,03
Сталь па лёдзе	0,02
Гума па сухім асфальце	0,7
Гума па мокрым асфальце	0,4
Гума па лёдзе	0,15

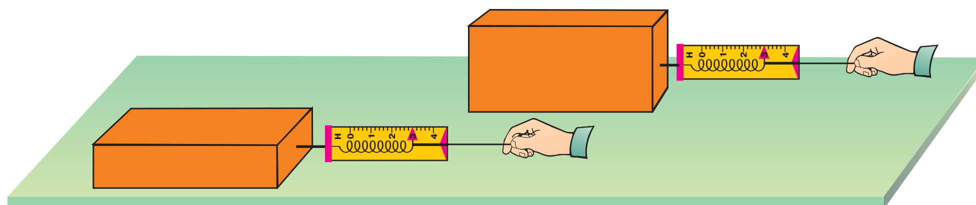
Сіла ціску $\vec{F}_{\text{ціску}}$ выклікае ў адказ сілу $\vec{N}$. Сіла $\vec{N}$ прыкладзена да бруска і з'яўляецца нармальнай складальнай сілы рэакцыі апоры, паколькі накіравана па нармалі (г. зн. перпендыкулярна) да яе паверхні. Па трэцім законе Ньютана $\vec{F}_{\text{ціску}} = -\vec{N}$. Модулі гэтых сіл ($F_{\text{ціску}} = N$) паказваюць, наколькі моцна паверхні, што судакранаюцца (слізгаюць), прыціснуты адна да адной. Таму замест роўнасці (1) часта выкарыстоўваюць формулу

$$\boldsymbol{F_{\text{тр}} = \mu N}. \quad (2)$$

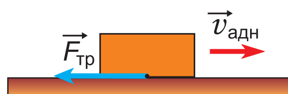
Ці залежыць сіла трэння слізгання ад плошчы кантакту цел? Параўнаем сілу трэння пры двух становішчах бруска (мал. 168).

Хоць плошча кантакту бруска з дошкай змянілася ў некалькі разоў, паказанні дынамометра засталіся практычна аднолькавымі. Доследы сведчаць, што **сіла трэння не залежыць ад плошчы кантакту цел**, **якія слізгаюць**.

Гэты вывад нельга прымяніць у выпадках, калі плошча кантакту настолькі невялікая, што адно цела (лязо нажа, вастрыё шкларэза і г. д.) можа нанесці драпінку, правесці баразёнку і да т. п. на паверхні другога цела.



Мал. 168



Мал. 169

Куды накіравана сіла трэння слізгання? Разгледзім малюнак 169.

Брусок рухаецца з трэннем па паверхні стала. Скорасць бруска адносна стала роўна $\vec{v}_{адн}$. Сіла трэння слізгання $\vec{F}_{тр}$, з якой паверхня стала дзейнічае на брусок, накіравана процілегла гэтай скорасці.

Сіла трэння слізгання накіравана процілегла скорасці цела адносна паверхні, па якой яно рухаецца.

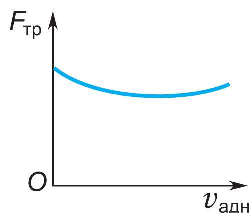
Мы гаварылі пра сілу трэння, якая дзейнічае на брусок. Але пры сваім руху і брусок дзейнічае на паверхню стала. У адпаведнасці з трэцім законам Ньютана сіла трэння слізгання, з якой брусок дзейнічае на стол, процілеглая сіле трэння, з якой стол дзейнічае на брусок.

Адзначым, што **модуль сілы трэння слізгання залежыць ад адноснай скорасці руху цел** (мал. 170). Пры рашэнні задач гэту залежнасць, як правіла, не прымаюць у разлік і лічаць каэфіцыент трэння пастаянным.

А ці дзейнічае сіла трэння на нерухомае цела?

Разгледзім прыклад. Шафа стаіць на гарызантальнай падлозе (мал. 171). На шафу дзейнічаюць сіла цяжару $m\vec{g}$ і сіла рэакцыі $\vec{N}$ падлогі. Якой бы шурпатай ні была падлога, сіла трэння будзе роўна нулю да таго часу, пакуль на шафу не падзейнічае знешняя сіла (якая мае складальную $\vec{F}_{знеш}$, паралельную падлозе).

Як толькі такая сіла будзе прыкладзена, узнікне не роўная нулю **сіла трэння спакою** $\vec{F}^{тр}_{спак}$ (гл. мал. 171). Пакуль знешняя сіла невялікая, сіла трэння спакою кампенсуе яе ($\vec{F}^{тр}_{спак} = -\vec{F}_{знеш}$), і шафа застаецца ў спакоі.

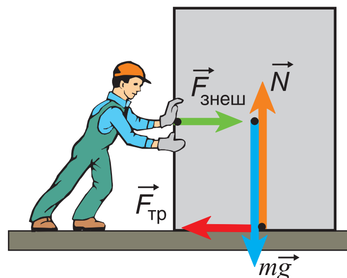


Мал. 170

Пры павелічэнні знешняй сілы нарастае і сіла трэння спакою. Пры дастаткова вялікай знешняй сіле шафа зрушыцца з месца. У гэты момант модуль сілы трэння спакою дасягне свайго максімальнага значэння $F^{тр}_{макс}$. Яно, як сведчыць дослед, прама прапарцыянальна модулю сілы ціску $\vec{F}_{ціску}$. Такім чынам

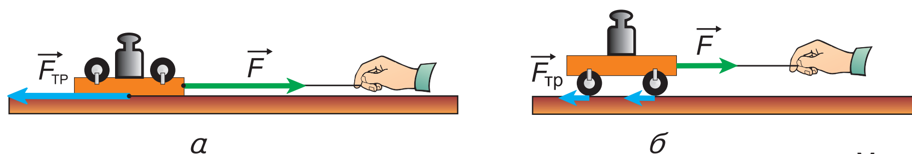
$$0 \leqslant F^{тр}_{спак} \leqslant F^{тр}_{макс};$$

$$F^{тр}_{макс} = \mu_{спак} F_{ціску}. \qquad (3)$$



Мал. 171

Каэфіцыент трэння спакою $\mu_{спак}$, як правіла, крыху большы за каэфіцыент трэння слізгання μ. У сувязі з гэтым цела цяжэй зрушыць з месца, чым яго перамяшчаць.



Мал. 172

Куды накіравана сіла трэння спакою? Адказ вынікае з вектарнай роўнасці $\vec{F}^{тр}_{спак} = -\vec{F}_{знеш}$ (гл. мал. 171, *а*, *б*).

А якой будзе сіла трэння пры руху цела, калі слізганне замяніць качэннем (мал. 172, *а, б*)?

Дослед сведчыць, што ад такой замены сіла трэння будзе значна меншай (у дзясяткі разоў для дрэва па дрэве, і амаль у 100 разоў — для сталі па сталі).

Сілы трэння, як і пругкія сілы, вызначаюцца ўзаемадзеяннем малекул і, значыць, маюць электрамагнітную прыроду. Тэорыя сіл трэння надзвычай складаная. Асноўныя звесткі аб трэнні атрыманы з вопыту.

Трэнне адыгрывае вельмі важную ролю ў тэхніцы і ў штодзённым жыцці. Так, пры адсутнасці трэння любы прадмет зваліўся б з паліцы пры нязначным яе нахіле. І аўтамабіль, і пешаход не змаглі б ні пачаць рух, ні спыніцца. Таму ў многіх выпадках трэнне імкнуцца павялічыць. Абутак і аўтапакрышкі забяспечваюць «шыпамі» (мал. 173, *а*), дарогу пасыпаюць пяском і г. д.

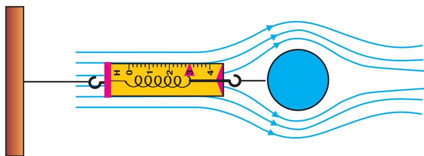
У той жа час, трэнне дэталей пры рабоце механізмаў (валоў у падшыпніках, шарнірных злучэннях і г. д.) з'яўляецца шкодным. Яно прыводзіць да зносу і награвання дэталей, да страт энергіі.

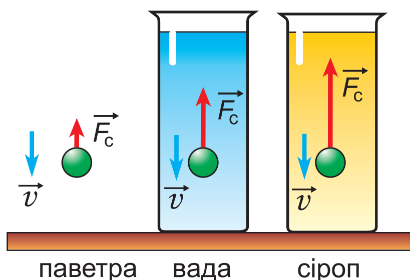
У такіх выпадках трэнне імкнуцца паменшыць. Паверхні, якія труцца, робяць больш гладкімі, на іх наносяць спецыяльныя змазкі, слізганне замяняюць качэннем (мал. 173, *б*).

Ці можна шляхам дасканалай шліфоўкі паверхні звесці трэнне да нуля? Здавалася б, можна. Аднак, чым лепш адшліфаваны паверхні, тым большая частка малекул паверхневых

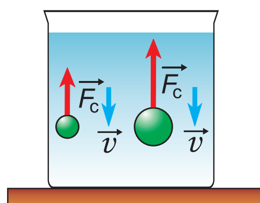


Мал. 173

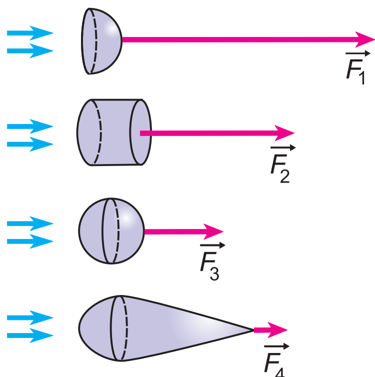

Мал. 174



Мал. 175



Мал. 176



Мал. 177

слаёў цел, якія судакранаюцца, набліжаецца да адлегласцей, блізкіх да памераў саміх малекул. У выніку сілы міжмалекулярнага прыцяжэння істотна павялічваюцца. Яны перашкаджаюць слізганню, і трэнне рэзка нарастае.

Разгледзім цяпер рух цела ў вадкасці або газе. Тут таксама ёсць сілы, якія перашкаджаюць руху. Іх называюць сіламі супраціўлення. Асаблівасць **сіл супраціўлення** заключаецца ў тым, што яны **ўзнікаюць толькі пры руху цела і асяроддзя адно адносна другога**. Інакш кажучы, **сіла трэння спакою ў вадкасцях і газах роўна нулю**.

Адсутнасць трэння спакою ў вадкасці дае магчымасць чалавеку сваёй мускульнай сілай прывесці ў рух, напрыклад, шматтонную баржу, якая знаходзіцца на плаву. Але той жа чалавек не змог бы зрушыць з месца цела значна меншай масы, якое знаходзіцца на сушы. Ад чаго залежыць сіла супраціўлення?

Высветліць гэта можна, утрымліваючы з дапамогай дынамометра цела, змешчанае ў паток, які рухаецца (мал. 174).

Доследы сведчаць, што сіла супраціўлення залежыць ад наступных фактараў.

а) **Ад уласцівасцей асяроддзя.**

Сіла супраціўлення руху аднаго і таго ж шарыка пры адной і той жа скорасці ў паветры многа меншая, чым у вадзе. А сіла супраціўлення ў вадзе — значна меншая, чым у цукровым сіропе (мал. 175).

б) **Ад папярочнага сячэння цела.**

Пры адной і той жа скорасці руху вадкасць (або газ) аказвае шарыку большага радыуса большае супраціўленне (мал. 176). Наогул, для цел, якія геаметрычна падобны адно да аднаго, пры аднолькавых умовах сіла супраціўлення тым большая, чым большая плошча папярочнага сячэння цела.

в) **Ад формы цела.**

Для цел аднаго і таго ж папярочнага сячэння, паказаных на малюнку 177, адно і тое ж асяроддзе аказвае рознае супраціўленне: найбольшае супраціўленне зведвае паўсфера, павернутая ўвагнутасцю насустрач патоку, меншае — цыліндр, яшчэ меншае — шар і самае найменшае — цела кроплепадобнай (абцякаемай) формы. Сіла супраціўлення $\vec{F}_4$ прыкладна ў 25 разоў меншая за сілу $\vec{F}_2$ (гл. мал. 177).

Птушкі і рыбы маюць абцякаемую форму для таго, каб супраціўленне паветра або вады пры руху было мінімальным. З такой жа мэтай абцякаемую форму надаюць самалётам (мал. 178, *а*), рачным і марскім суднам, падводным лодкам (мал. 178, *б*) і г. д.

У той жа час раскрыты парашут мае найменш абцякаемую форму (мал. 178, *в*). Чым гэта абумоўлена? Растлумачце самастойна.

г) **Ад скорасці руху.**

Сіла супраціўлення павялічваецца з павелічэннем скорасці руху цела адносна асяроддзя.

Пры малых адносных скарасцях сіла супраціўлення прапарцыянальна модулю скорасці v, а пры вялікіх — прапарцыянальна v^2 (прыбліжана).



Мал. 178

Галоўныя вывады

1. Сіла трэння слізгання прама прапарцыянальна модулю сілы ціску цела на паверхню.
2. Сіла трэння слізгання залежыць ад матэрыялаў і якасці апрацоўкі паверхняў, якія судакранаюцца, але практычна не залежыць ад іх плошчы.
3. Сіла трэння слізгання накіравана процілегла адноснай скорасці руху цел, якія судакранаюцца.
4. Сіла трэння качэння істотна меншая за сілу трэння слізгання.
5. Сілы супраціўлення руху цела ў газе або вадкасці залежаць ад уласцівасцей асяроддзя, памераў і формы цела, ад скорасці яго руху адносна асяроддзя.

Кантрольныя пытанні

1. Назавіце віды трэння.
2. Ад чаго залежыць сіла трэння слізгання? Сіла трэння спакою?
3. Якая прырода сіл трэння?
4. Ад чаго залежаць сілы супраціўлення руху цела ў вадкасці або газе?

Прыклад рашэння задачы

Аўтамабіль, маючы скорасць, модуль якой $v_1 = 54\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$, тармозіць на гарызантальным участку дарогі да поўнага спынення. Каэфіцыент трэння слізгання $\mu = 0{,}30$. Прыняўшы $g = 10\ \frac{\text{Н}}{\text{кг}}$, вызначце час тармажэння і тармазны шлях.

Дадзена:

$v_1 = 54\ \frac{\text{км}}{\text{г}} = 15\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$v_2 = 0$

$\mu = 0{,}30$

$g = 10\ \frac{\text{Н}}{\text{кг}}$

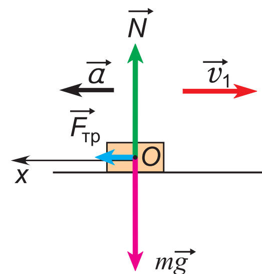
t — ?

s — ?

Рашэнне

Пакажам сілы, якія дзейнічаюць на аўтамабіль (мал. 179).

Сіла цяжару $m\vec{g}$ і сіла рэакцыі апоры $\vec{N}$ кампенсуюць адна адну. Іх модулі роўныя: $mg = N$. Выніковая ўсіх сіл, прыкладзеных да аўтамабіля (гл. мал. 179), роўна сіле трэння. Па другім законе Ньютана $m\vec{a} = \vec{F}_{\text{тр}}$. У праекцыі на вось Ox (гл. мал. 179) $ma = F_{\text{тр}}$.



Мал. 179

Паколькі $F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg$, то модуль паскарэння $a = \mu g$. Улічваючы, што $a = \frac{v_1}{t}$, атрымаем: $\frac{v_1}{t} = \mu g$, адкуль $t = \frac{v_1}{\mu g}$. Падставіўшы лікавыя значэнні, знаходзім:

$$t = \frac{15\ \frac{\text{м}}{\text{с}}}{0{,}30 \cdot 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 5{,}0\ \text{с}.$$

Тармазны шлях:

$$s = \frac{at^2}{2} = \frac{v_1 t^2}{2t} = \frac{v_1 t}{2};\quad s = \frac{15\ \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 5{,}0\ \text{с}}{2} \approx 38\ \text{м}.$$

Адказ: $t = 5{,}0$ с; $s = 38$ м.

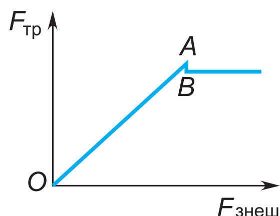
Практыкаванне 16

1. Чаму з надыходам зімы вадзіцелі мяняюць «летнія» аўташыны на шыны з больш рэльефным малюнкам (пратэктарам)?

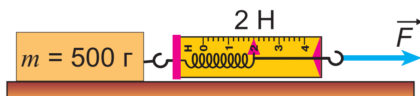
2. Чаму небяспечная язда з вялікай скорасцю па мокрай або абледзянелай дарозе?

3. Куды накіравана паскарэнне, калі раўнадзейная ўсіх сіл, што прыкладзены да цела, якое рухаецца, роўна сіле трэння?

4. Графік залежнасці модуля сілы трэння ад модуля пастаяннай па напрамку знешняй сілы паказаны на малюнку 180. Пры $F_{знеш} = 0$ цела знаходзілася ў спакоі. Як рухалася цела з нарастаннем $F_{знеш}$? Як пры гэтым змянялася сіла трэння? Якому пункту графіка адпавядае модуль максімальнай сілы трэння спакою? Чаму пункт B знаходзіцца ніжэй за пункт A?



Мал. 180



Мал. 181

5. Па даных малюнка 181 знайдзіце каэфіцыент трэння слізгання драўлянага бруска па драўлянай дошцы. Рух бруска лічыце раўнамерным. Каэфіцыент g у дадзенай і наступных задачах прыняць роўным $10\ \frac{Н}{кг}$.

6. На дошцы ляжыць кніга масай $m = 0{,}60$ кг. Дошку павольна нахіляюць. Як толькі вугал паміж дошкай і гарызонтам стаў большым за $\alpha = 30°$, кніга пачала слізгаць па дошцы. Вызначце максімальную сілу трэння спакою і каэфіцыент трэння спакою.

7. Да вертыкальнай сцяны прыціснулі цагліну. Модуль прыціскаючай гарызантальнай сілы $F = 40$ Н. Вызначце максімальную масу цагліны, пры якой яна яшчэ не будзе слізгаць па сцяне ўніз. Каэфіцыент трэння цагліны аб сцяну $\mu = 0{,}5$.

8. На гарызантальным участку дарогі аўтамабіль масай $m = 3{,}0$ т, што мае скорасць, модуль якой $v_1 = 72\ \frac{км}{г}$, тармозіць да скорасці, модуль якой $v_2 = 36\ \frac{км}{г}$. Вызначце час тармажэння, калі каэфіцыент трэння $\mu = 0{,}40$.

9. На краі дыска радыусам $R = 40$ см, які верціцца раўнамерна з частатой $\nu = 0{,}5\ \frac{1}{с}$, ляжыць шайба. Вызначце мінімальны каэфіцыент трэння шайбы аб дыск, пры якім шайба яшчэ не саслізгвае з дыска.


10. Чаму стальны шарык у паветры падае паскорана, а ў канцэнтраваным цукарным сіропе — практычна раўнамерна?


11. Якая з дажджавых кропель дасягае зямлі хутчэй — буйная або дробная? Лічыце, што кроплі маюць аднолькавую форму і падаюць з аднолькавай вышыні.

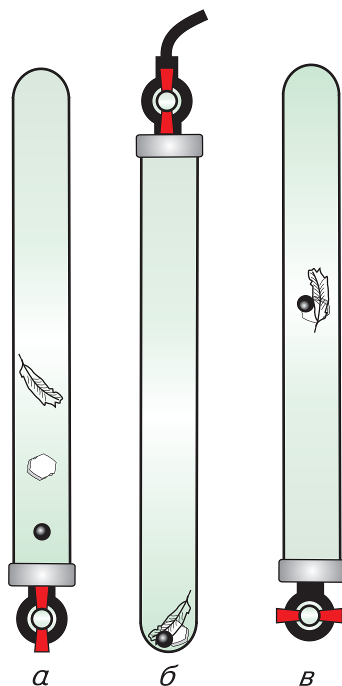
§ 24. Рух цела пад дзеяннем сілы цяжару

Як будзе рухацца цела, калі на яго дзейнічае толькі сіла цяжару? Для чаго патрэбна вывучаць такі рух? Якія яго заканамернасці?

Законы падзення цел цікавілі людзей са старадаўніх часоў. Здаецца відавочным, што цяжкія целы падаюць хутчэй за лёгкія. А што паказвае дослед?

На дно шкляной трубкі змесцім шрацінку, кавалачак корку і птушынае пяро. Перавернем трубку. Хутчэй за ўсіх падае шрацінка, павольней за ўсіх — пяро (мал. 182, *а*). Ці азначае гэта, што цяжкія целы заўсёды падаюць хутчэй за лёгкія? Не спяшайцеся з адказам. Адпампуем з трубкі паветра (мал. 182, *б*) і перавернем яе зноў. Цяпер шрацінка, корак і пяро дасягаюць дна адначасова (мал. 182, *в*). Рух цел быў розным (гл. мал. 182, *а*) з-за супраціўлення паветра. Як толькі супраціўленне стала зусім нязначным, целы розных мас пачалі рухацца аднолькава.

Вывад аб тым, што адрозненне ў часе падзення цел выклікана супраціўленнем паветра, а не адрозненнем мас, зрабіў Галілей у канцы XVI ст. Дослед з целамі, што падаюць у трубцы, з якой адпампавана паветра, быў прароблены Ньютанам.



Мал. 182

Рух цела, на якое дзейнічае толькі сіла цяжару, называецца *свабодным падзеннем*.

Сучасныя эксперыменты, якія маюць высокую дакладнасць, пацвярджаюць: **паскарэнні ўсіх цел, якія свабодна падаюць, у дадзеным месцы аднолькавыя**.

Як растлумачыць такую дзіўную заканамернасць?

Для гэтага дастаткова прымяніць другі закон Ньютана і ўлічыць, што сіла цяжару прама прапарцыянальна масе цела. У 7-м класе вы запісвалі залежнасці сілы цяжару ад масы ў выглядзе

$$F_{ц} = gm. \qquad (1)$$

Вызначым модуль паскарэння свабоднага падзення з улікам залежнасці (1):

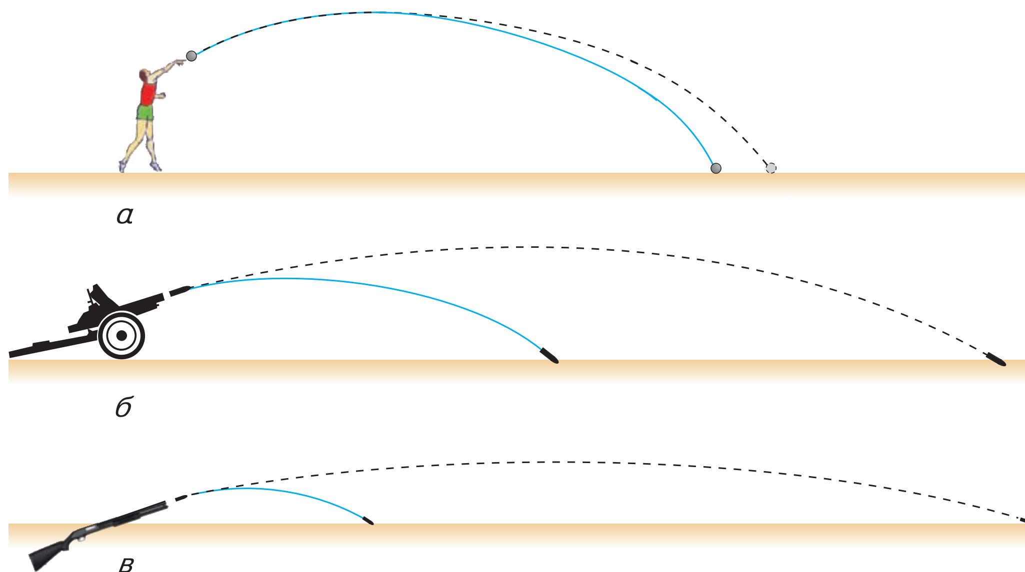
$$a_{св} = \frac{F_{ц}}{m} = \frac{gm}{m} = g. \qquad (2)$$

Мы атрымалі, што модуль паскарэння свабоднага падзення для ўсіх цел аднолькавы, і высветлілі, што каэфіцыент g у формуле (1) роўны модулю

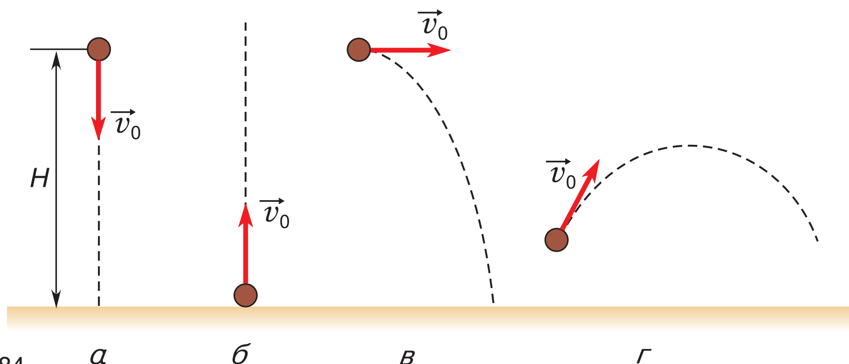
паскарэння свабоднага падзення. Пры гэтым паскарэнне свабоднага падзення $\vec{a}_{св} = \vec{g} = \frac{\vec{F}_ц}{m}$ накіравана таксама, як сіла цяжару $\vec{F}_ц$ — вертыкальна ўніз. Значэнне модуля $g = 9{,}81\ \frac{Н}{кг} = 9{,}81\ \frac{кг \cdot м}{с^2 \cdot кг} = 9{,}81\ \frac{м}{с^2}$ характарызуе паскарэнне свабоднага падзення на сярэдніх геаграфічных шыротах. На экватары — $g = 9{,}78\ \frac{м}{с^2}$, на полюсах — $g = 9{,}83\ \frac{м}{с^2}$. Залежнасць паскарэння свабоднага падзення ад шыраты звязана з вярчэннем Зямлі вакол сваёй восі і «сплясканасцю» Зямлі каля полюсаў. Пры аддаленні ад зямной паверхні значэнне g паступова памяншаецца.

Рух цел пад дзеяннем сілы цяжару вывучае *балістыка* (грэч. ballō — кідаю). Яна разглядае рух артылерыйскіх снарадаў, куль, авіяцыйных бомбаў, балістычных ракет і г. д. У дакладных балістычных разліках, акрамя ўплыву сілы цяжару, улічваецца супраціўленне паветра і іншыя фактары.

Для цел невялікіх памераў, але дастаткова вялікай масы (кінуты камень, спартыўнае ядро і інш.) пры невялікай скорасці руху непрыманне ў разлік супраціўлення паветра не прыводзіць да сур'ёзных памылак. У іншых выпадках (валейбольны мяч, артылерыйскі снарад, куля) не прымаць у разлік супраціўленне паветра недапушчальна. На малюнку 183 (ва ўмоўным маштабе) паказаны траекторыі рэальнага руху (суцэльныя лініі) і траекторыі без уліку супраціўлення паветра (штрыхавыя лініі) для спартыўнага ядра (гл. мал. 183, *а*), для артылерыйскага снарада (гл. мал. 183, *б*) і для кулі з ружжа (гл. мал. 183, *в*).



Мал. 183



Мал. 184

Траекторыя і іншыя характарыстыкі руху цела, якое свабодна падае, залежаць ад становішча пачатковага пункта, ад вугла, пад якім накіравана пачатковая скорасць, і ад яе модуля.

На малюнку 184, *а, б, в, г* паказаны розныя выпадкі свабоднага падзення цела, кінутага: а) з вышыні H вертыкальна ўніз; б) з паверхні Зямлі вертыкальна ўверх; в) гарызантальна; г) пад вуглом да гарызонту.

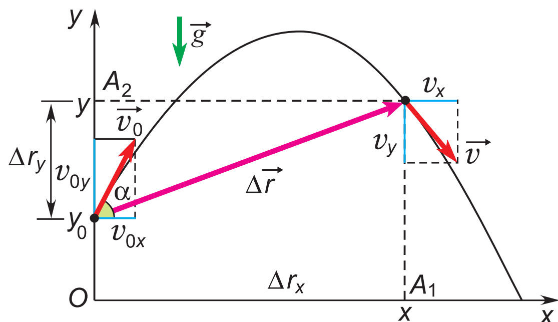
Разгледзім свабоднае падзенне цел паблізу паверхні Зямлі. У гэтым выпадку можна лічыць, што паскарэнне $\vec{g} = \overrightarrow{\text{const}}$, а скорасць і перамяшчэнне вызначаюцца па формулах руху з пастаянным паскарэннем (гл. § 12, 13). Замяніўшы ў гэтых формулах $\vec{a}$ на $\vec{g}$, атрымаем:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t; \qquad (3)$$

$$\Delta\vec{r} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{g}t^2}{2}. \qquad (4)$$

Выберам восі Ox і Oy так, як паказана на малюнку 185.

З малюнка відаць, што праекцыі перамяшчэння цела $\Delta r_x = x$, $\Delta r_y = y - y_0$. З улікам гэтага з формул (3) і (4) вынікае:



Мал. 185

$$v_x = v_{0x}; \quad v_y = v_{0y} + g_y t; \qquad (5)$$

$$x = v_{0x}t; \quad y = y_0 + v_{0y}t + \frac{g_y t^2}{2}. \qquad (6)$$

З малюнка 185 відаць таксама, што праекцыі пачатковай скорасці $v_{0x} = v_0 \cos\alpha$, $v_{0y} = v_0 \sin\alpha$.

Формулы (5) і (6) змяшчаюць адказы на любое пытанне аб разглядаемым руху цела.

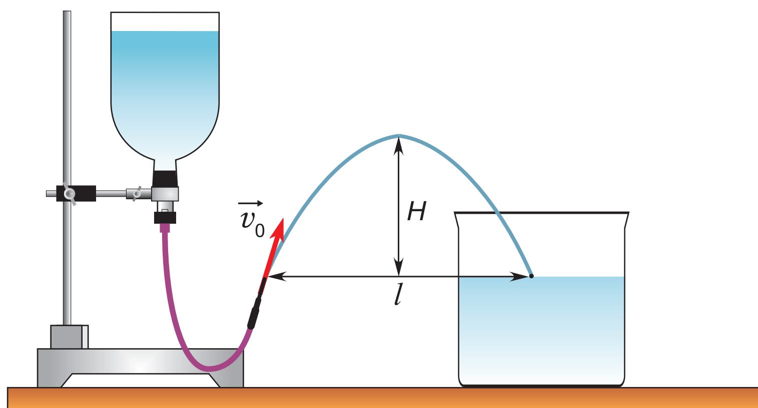
А як рухаюцца праекцыі цела на каардынатныя восі (пункты A_1 і A_2)?

Пункт A_1 (гл. мал. 185) рухаецца па гарызантальнай восі Ox па законе $x = v_{0x}t$ з пастаяннай скорасцю $v_x = v_{0x}$. Пункт A_2 — па вертыкальнай восі Oy з пастаянным паскарэннем, накіраваным уніз, па законе $y = y_0 + v_{0y}t + \frac{g_y t^2}{2}$. Скорасць пункта A_2 лінейна залежыць ад часу: $v_y = v_{0y} + g_y t$.

Такім чынам, **цела, якое свабодна падае, удзельнічае адначасова ў двух рухах: у руху па вертыкалі з пастаянным паскарэннем і ў раўнамерным руху па гарызанталі**.

Знойдзем траекторыю руху цела, кінутага пад вуглом да гарызонту. З формулы $x = v_{0x}t$ выразім час: $t = \frac{x}{v_{0x}}$. Падставіўшы $t = \frac{x}{v_{0x}}$ у выраз для каардынаты y (гл. формулы (6)), знаходзім: $y = y_0 + \frac{v_{0y}}{v_{0x}}x - \frac{g}{2v_{0x}^2}x^2$. Абазначыўшы $\frac{v_{0y}}{v_{0x}} = a$, $\frac{g}{2v_{0x}^2} = b$, атрымаем: $y = y_0 + ax - bx^2$. Гэта ўраўненне парабалы з накіраванымі ўніз галінамі.

Праверым гэты вывад на доследзе. Добрай мадэллю руху цела, кінутага пад вуглом да гарызонту, з'яўляецца рух кропель, якія ўтвараюць вадзяны струмень. Дзякуючы таму што кроплі рухаюцца ўшчыльную адна да адной, супраціўленне паветра зводзіцца да мінімуму. Дослед правядзём на ўстаноўцы, паказанай на малюнку 186. У адкрытай пасудзіне знаходзіцца падфарбаваная вада. Струмень утвараецца з дапамогай гнуткага шланга з наканечнікам. Пераканацца ў тым, што траекторыя руху кропель блізкая да парабалы, можна шляхам параўнання формы струменя з парабаламі, загадзя намаляванымі на лісце кардону.



Мал. 186

Вызначым на доследзе залежнасць максімальнай вышыні H і далёкасці l палёту кропель (гл. мал. 186) ад іх пачатковай скорасці.

Пакідаючы пастаянным вугал вылету кропель α, будзем змяняць модуль іх пачатковай скорасці (змяняючы вышыню, на якой размешчана пасудзіна з вадой). З ростам пачатковай скорасці будуць расці і вышыня H, і далёкасць палёту l.

Потым, не змяняючы модуль пачатковай скорасці, будзем паступова павялічваць вугал α вылету кропель ад 0° да 90°. Дослед сведчыць, што пры гэтым вышыня H нарастае, а далёкасць палёту l спачатку нарастае, а затым (як толькі вугал α будзе большым за 45°) пачне памяншацца. Да такіх сама рэзультатаў прыводзяць і разлікі, якія мы выканаем, разбіраючы рашэнне прыкладу 3.

Галоўныя вывады

1. Свабодным падзеннем называюць рух цела, на якое дзейнічае толькі сіла цяжару.

2. Паскарэнне ўсіх цел, якія свабодна падаюць, у дадзеным месцы аднолькавае. Паблізу паверхні Зямлі модуль паскарэння свабоднага падзення $g \approx 9{,}8\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

3. Цела, якое свабодна падае, удзельнічае адначасова ў двух рухах: у руху з пастаянным паскарэннем па вертыкалі і ў раўнамерным — па гарызанталі.

4. Траекторыя цела, кінутага пад вуглом да гарызонту, з'яўляецца парабалай (пры адсутнасці супраціўлення паветра). Калі пункты кідання і падзення ляжаць на адной гарызанталі, то максімальная далёкасць палёту пры зададзенай пачатковай скорасці дасягаецца пры вугле кідання $\alpha = 45°$.

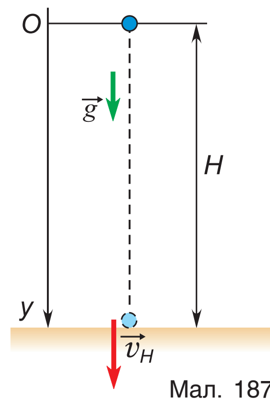
Кантрольныя пытанні

1. Пры якіх умовах падзенне цел у паветры можна лічыць свабодным?
2. Чаму пры звычайным ціску паветра пяро рухаецца больш павольна, чым кавалачак корку і шрацінка? Рух якога з цел найбольш блізкі да свабоднага падзення?
3. Чаму ўсе целы, якія свабодна падаюць, незалежна ад іх масы рухаюцца з аднолькавым паскарэннем?
4. Ці залежыць паскарэнне свабоднага падзення ад адлегласці да зямной паверхні?
5. Што агульнае маюць рухі цел, кінутых вертыкальна, гарызантальна і пад вуглом да гарызонту?
6. Пры якім значэнні вугла кідання дасягаецца максімум далёкасці палёту пры зададзенай пачатковай скорасці?

Прыклады рухаў цела, якое свабодна падае

1. Падзенне цела без пачатковай скорасці з вышыні *H*. Накіруем вось Oy вертыкальна ўніз (мал. 187). Пачатак каардынат сумесцім з пунктам кідання. Тады $g_y = g$ і пры $y_0 = 0$, $v_0 = 0$ з формул (5) і (6) вынікае: $v_y = gt$, $y = \frac{gt^2}{2}$. Адсюль для моманту падзення цела на Зямлю атрымаем:

$$v_H = gt_п, \quad H = \frac{gt_п^2}{2}.$$



Мал. 187

У выніку час падзення:

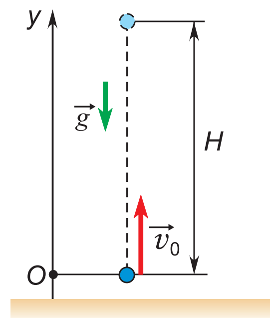
$$t_п = \sqrt{\frac{2H}{g}}, \qquad (7)$$

а модуль скорасці цела ў канцы падзення:

$$v_H = \sqrt{2gH}.$$

Час $t_п$ і скорасць v_H пры $v_0 \neq 0$ знайдзіце самастойна.

2. Цела, кінутае вертыкальна ўверх. Накіруем вось Oy вертыкальна ўверх (мал. 188). Тады $v_{0y} = v_0$, $g_y = -g$ і з формул (5), (6) пры $y_0 = 0$ атрымаем:



Мал. 188

$$v_y = v_0 - gt; \qquad (8)$$

$$y = v_0 t - \frac{gt^2}{2}. \qquad (9)$$

Час пад'ёму $t'_п$ цела на максімальную вышыню знойдзем з ураўнення (8), прыраўнаваўшы да нуля скорасць цела: $v_y = v_{0y} - gt'_п = 0$.

Адсюль

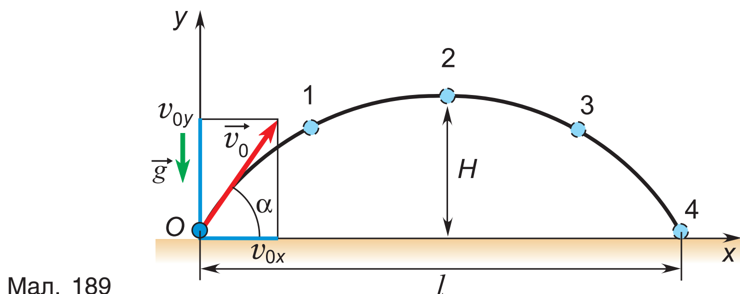
$$t'_п = \frac{v_{0y}}{g}. \qquad (10)$$

Падстаўляючы $t'_п$ у формулу (9), знаходзім максімальную вышыню пад'ёму:

$$H = v_{0y}t'_п - \frac{gt'^2_п}{2} = v_{0y}\frac{v_{0y}}{g} - \frac{g}{2}\left(\frac{v_{0y}}{g}\right)^2 = \frac{v_{0y}^2}{2g}. \qquad (11)$$

З дапамогай формул (7) і (11) лёгка даказаць, што час падзення $t_п$ з вышыні H роўны часу пад'ёму $t'_п$ на гэту вышыню. Значыць, поўны час палёту цела, кінутага вертыкальна ўверх:

$$t = \frac{2v_{0y}}{g}. \qquad (12)$$



Мал. 189

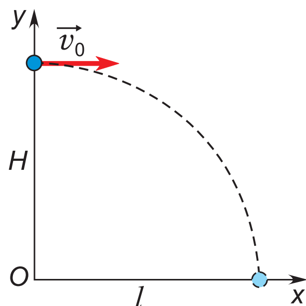
3. Цела, кінутае пад вуглом α да гарызонту (0° < α < 90°). Пры выбары восей *Ox* і *Oy*, паказаным на малюнку 189, праекцыя $g_y = -g$, $y_0 = 0$ і з формул (5) і (6) вынікае:

$$v_x = v_{0x}; \quad v_y = v_{0y} - gt; \tag{13}$$

$$x = v_{0x}t; \quad y = v_{0y}t - \frac{gt^2}{2}. \tag{14}$$

Формулы (13), (14) і малюнак 189 сведчаць, што рух праекцыі цела на вось *Ox* адбываецца з пастаяннай скорасцю $v_{0x} = v_0 \cos\alpha$. У той жа час рух праекцыі цела на вось *Oy* супадае з рухам цела, кінутага вертыкальна ўверх з пачатковай скорасцю $\vec{v}_{0y}$, модуль якой $|\vec{v}_{0y}| = v_0 \sin\alpha$ (гл. мал. 189). Таму час руху цела да пункта максімальнага пад'ёму можна знайсці па формуле (10): $t'_п = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}$, поўны час палёту — па формуле (12): $t = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}$, а максімальную вышыню — па формуле (11): $H = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$. Пры гэтым гарызантальная далёкасць палёту $l = v_{0x}t$:

$$l = v_0 \cos\alpha \cdot \frac{2v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}. \tag{15}$$



Мал. 190

Пры вывадзе формулы (15) выкарыстоўвалася трыганаметрычная суадносіна $2\sin\alpha \cdot \cos\alpha = \sin 2\alpha$. Формула (15) пацвярджае, што максімальная далёкасць палёту дасягаецца пры значэнні вугла кідання $\alpha = 45°$. З гэтай формулы таксама вынікае, што далёкасць палёту прапарцыянальна квадрату пачатковай скорасці.

4. Цела, кінутае гарызантальна. У гэтым выпадку рух праекцыі цела на вертыкальную вось супадае з рухам цела, якое падае без пачатковай скорасці з вышыні *H* (мал. 190). Таму час падзення будзе $t_п = \sqrt{\frac{2H}{g}}$,

а гарызантальная далёкасць палёту — $l = v_0\sqrt{\frac{2H}{g}}$. З малюнкаў 189 і 190 відаць, што рух цела, кінутага гарызантальна, супадае з рухам цела, кінутага пад вуглом да гарызонту, на ўчастку 2—4.

Прыклад рашэння задачы

Модуль пачатковай скорасці снарада $v_0 = 200\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, а вугал кідання $\alpha = 60°$. Вызначце максімальную вышыню пад'ёму снарада H, далёкасць яго палёту l і вышыню h, на якой скорасць снарада была накіравана пад вуглом $\beta = 30°$ да гарызонту. Супраціўленне руху не прымаць у разлік; $g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

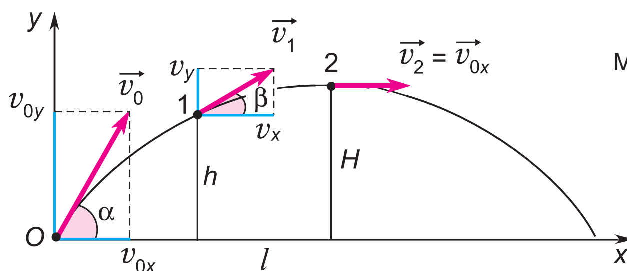
Дадзена:

$\alpha = 60°$
$v_0 = 200\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$
$\beta = 30°$
$g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

H — ?
l — ?
h — ?

Рашэнне

Выканаем малюнак да задачы (мал. 191).



Мал. 191

Згодна з малюнкам $v_{0x} = v_0 \cos\alpha$, $v_{0y} = v_0 \sin\alpha$. Знойдзем час пад'ёму снарада да пункта *2* з умовы, што ў гэтым пункце $v_y = 0$. Па формуле (13) для v_y атрымаем: $v_{0y} - gt_\text{п} = 0$.

Тады час пад'ёму:

$$t_\text{п} = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{v_0 \sin\alpha}{g};\quad t_\text{п} = \frac{200\ \frac{\text{м}}{\text{с}}\sqrt{3}}{2\cdot 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 17\ \text{с}.$$

Увесь час руху: $t = 2t_\text{п}$.

Вызначым далёкасць палёту. Улічым, што $x = v_{0x}t$.

$$l = v_{0x}\cdot t = v_0\cos\alpha \cdot 2t_\text{п} = 200\ \frac{\text{м}}{\text{с}}\cdot 0{,}5\cdot 2\cdot 17\ \text{с} = 3400\ \text{м} = 3{,}4\ \text{км}.$$

Максімальную вышыню пад'ёму H знойдзем з дапамогай формулы (14):

$$H = v_{0y}t_\text{п} - \frac{gt_\text{п}^2}{2} = v_0\sin\alpha\cdot t_\text{п} - \frac{gt_\text{п}^2}{2};$$

$$H = 200\ \frac{\text{м}}{\text{с}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 17\ \text{с} - \frac{10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}\cdot 289\ \text{с}^2}{2} = 1500\ \text{м} = 1{,}5\ \text{км}.$$

Знойдзем модуль вертыкальнай складальнай скорасці руху снарада ў пункце *1*. З малюнка 191 вынікае: $v_y = v_{0x}\cdot\text{tg}\beta = v_0\cos\alpha\cdot\text{tg}\beta$. Для руху праекцыі на вось Oy прымяняльная формула $v_y^2 = v_{0y}^2 + 2a_y(y - y_0)$ (см. § 13). Тады:

$$h = \frac{v_y^2 - v_{0y}^2}{-2g} = \frac{(v_0\sin\alpha)^2 - (v_0\cos\alpha\cdot\text{tg}\beta)^2}{2g};$$

$$h = \frac{\left(200\ \frac{\text{м}}{\text{с}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(200\ \frac{\text{м}}{\text{с}}\cdot 0{,}5\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}{20\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = \frac{29\,964\ \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} - 3341\ \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}{20\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 1300\ \text{м} = 1{,}3\ \text{км}.$$

Адказ: $H = 1{,}5$ км; $l = 3{,}4$ км; $h = 1{,}3$ км.

Практыкаванне 17

1. Цела кінута пад вуглом $\alpha = 30°$ да гарызонту са скорасцю, модуль якой $v = 20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Вызначце праекцыі пачатковай скорасці на гарызантальную і вертыкальную восі каардынат. Праз які прамежак часу цела дасягне верхняга пункта траекторыі? Супраціўленне руху ў гэтай і наступных задачах не прымаць у разлік. Прыняць тут і далей $g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

2. Праекцыі пачатковай скорасці каменя, кінутага пад вуглом да гарызонту, роўны: $v_{0x} = 5{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $v_{0y} = 5\sqrt{3}\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Вызначце модуль пачатковай скорасці кідання каменя і вугал кідання.

3. Шарык коціцца ў напрамку да краю стала са скорасцю, модуль якой $v = 10\ \frac{\text{см}}{\text{с}}$. Вышыня стала $h = 125$ см. На якой адлегласці ад стала ўпадзе шарык?

4. Разагнаўшыся да скорасці, модуль якой $v = 3{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, чалавек прыгае гарызантальна са стромкай скалы ў ваду і дасягае паверхні вады праз час $t = 2{,}0$ с. Вызначце вышыню скалы і адлегласць ад яе падножжа да пункта апускання плыўца ў ваду.

5. Пры руху каменя, кінутага пад вуглом $\alpha = 60°$ да гарызонту, яго каардыната x змянялася ў часе па законе: $x = At$, дзе $A = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. З якой пачатковай скорасцю кінуты камень? На якой вышыні ён быў праз час $t = 0{,}5$ с ад пачатку руху?

6. Брандспойт выкідвае ваду са скорасцю, модуль якой $v = 15\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Пад якім вуглом да гарызонту трэба накіраваць наканечнік брандспойта, каб вада дасягнула паверхні на адлегласці $l = 18$ м? Ці будзе гэты вугал адзіным? Вышыню, на якой знаходзіцца брандспойт, лічыць роўнай нулю.

7. Дакажыце, што пры значэннях вуглоў кідання α і $90° - \alpha$ далёкасці палёту цела будуць аднолькавыя.



8. Чаму роўна гарызантальная далёкасць палёту, калі цела кінута пад вуглом α да гарызонту з вышыні h з пачатковай скорасцю, модуль якой роўны v_0?

§ 25. Закон сусветнага прыцягнення

Скорасць руху Зямлі па арбіце перавышае сто тысяч кіламетраў у гадзіну. Чаму ж Зямля не пакінула Сонечную сістэму? Якая сіла ўтрымлівае яе на арбіце?

У 7-м класе вы даведаліся пра *сусветнае прыцягненне* — пра тое, што ўсе без выключэння целы прыцягваюцца адно да аднаго з пэўнай сілай. Яна называецца сілай прыцягнення або *гравітацыйнай* сілай. Гравітацыйнае прыцяжэнне зведваюць любыя аб'екты: атамы, малекулы, целы звычайных памераў, планеты, зоркі і г. д. незалежна ад таго, ці дзейнічаюць паміж імі іншыя сілы. Чаму ж мы не заўважаем узаемнага прыцяжэння прадметаў, што вакол нас?

Адказ на гэта і іншыя пытанні дае закон сусветнага прыцягнення, вызначаны І. Ньютанам.

Любыя два целы прыцягваюць адно аднаго сіламі, якія прама прапарцыянальны здабытку мас гэтых цел і адваротна прапарцыянальны квадрату адлегласці паміж імі:

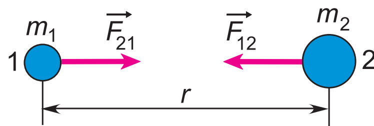
$$\boldsymbol{F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}}. \quad (1)$$

Формула (1) выражае залежнасць модуля сілы прыцягнення ад мас m_1 і m_2 цел, што прыцягваюцца, і ад адлегласці r паміж імі (мал. 192).

Формулу (1) можна прымяняць непасрэдна для матэрыяльных пунктаў і, як даказаў Ньютан, для аднародных цел, што маюць форму шара. У гэтым выпадку r — гэта адлегласць паміж цэнтрамі шароў. Пры вызначэнні сілы прыцяжэння цел адвольнай формы неабходна ўлічваць, што розныя пункты цел знаходзяцца на розных адлегласцях адзін ад аднаго.

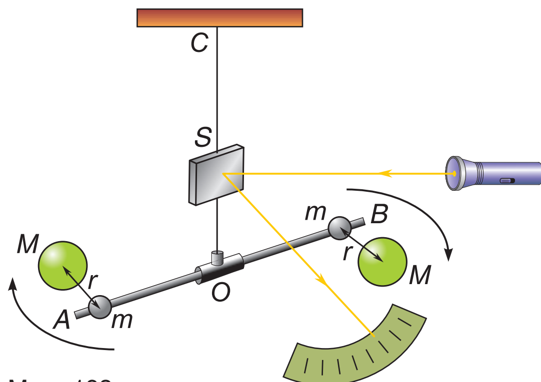
Сілы прыцягнення $\vec{F}_{12}$ і $\vec{F}_{21}$ (гл. мал. 192) накіраваны па лініі, якая злучае целы. У адпаведнасці з трэцім законам Ньютана $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$, а модулі гэтых сіл роўныя:

$$F_{12} = F_{21} = F.$$



Мал. 192

Каэфіцыент прапарцыянальнасці G называецца *гравітацыйнай пастаяннай*. **Яна лікава**



Мал. 193

роўна сіле прыцяжэння двух цел масамі па 1 кг, якія знаходзяцца на адлегласці 1 м адно ад аднаго.

Дослед, па рэзультатах якога можна знайсці значэнне гравітацыйнай пастаяннай, быў праведзены Генры Кавендзішам у 1798 г.

Схема ўстаноўкі паказана на малюнку 193. На стрыжні AB замацаваны два аднолькавыя шарыкі масай m. Стрыжань падвешаны на тонкай пругкай металічнай ніцы OC і забяспечаны лёгкім люстэркам S. Такое ўстройства называецца *круцільнымі вагамі*. Прыцяжэнне шарыкаў да цяжкіх нерухомых свінцовых шароў, масы якіх M, выклікае паварот стрыжня AB і закручванне ніткі OC. Вугал закручвання надзвычай малы. Яго вызначаюць з дапамогай праменя святла, які адбіўся ад люстэрка S (гл. мал. 193). Па вугле закручвання ніткі знаходзяць сілу прыцяжэння.

Ведаючы масы m і M, адлегласць r (гл. мал. 193) і модуль сілы прыцяжэння F, з дапамогай формулы (1) можна знайсці гравітацыйную пастаянную G. Сучасныя эксперыменты даюць значэнне: $G = 6{,}6743 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$ (звярніце ўвагу на нязначнасць велічыні пастаяннай).

З-за зусім невялікага значэння G гравітацыйная сіла будзе заўважнай толькі тады, калі хоць бы адно з двух цел, што прыцягваюцца, мае вельмі вялікую масу. Так, сілу цяжару, якую мы ўсе адчуваем, стварае Зямля, маса якой велізарная (каля $6 \cdot 10^{24}$ кг).

Закон сусветнага прыцягнення дае шмат важных звестак аб навакольным свеце. Пакажам, як з дапамогай гэтага закону можна вызначыць паскарэнне, якое набываецца целамі пад дзеяннем сілы прыцягнення (паскарэнне свабоднага падзення), вызначыць масу планет і Сонца, вылічыць першую касмічную скорасць.

1. Паскарэнне свабоднага падзення на планетах і на іх спадарожніках. Па другім законе Ньютана паскарэнне, якое набываецца целам пад дзеяннем сілы прыцягнення, $\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m}$. Яго модуль з улікам формулы (1): $g = G\frac{mM}{R^2 m} = G\frac{M}{R^2}$. Значыць, паскарэнне свабоднага падзення на планеце прама прапарцыянальна масе M і адваротна прапарцыянальна квадрату радыуса R планеты:

$$\boldsymbol{g = G\frac{M}{R^2}}. \qquad (2)$$

У табліцы 2 прыведзены масы планет, іх радыусы і значэнні паскарэння g для пяці планет, а таксама для Месяца і спадарожніка Марса — Фобаса.

Табліца 2. **Масы, радыусы і паскарэнні g для некаторых планет і спадарожнікаў**

	Меркурый	Венера	Зямля	Месяц	Марс	Фобас	Юпітэр
Маса M, кг	$3,4 \cdot 10^{23}$	$4,9 \cdot 10^{24}$	$6,0 \cdot 10^{24}$	$7,4 \cdot 10^{22}$	$6,5 \cdot 10^{23}$	$1,2 \cdot 10^{16}$	$1,9 \cdot 10^{27}$
Радыус R, км	2430	6050	6380	1730	3390	12	70 890
g, $\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$	3,7	8,7	9,8	1,6	3,7	0,0054	23,01

Параўнайце паскарэнне свабоднага падзення на Юпітэры, Месяцы, Фобасе з паскарэннем g на Зямлі.

2. «Узважванне» Зямлі. Пра дослед Кавендзіша гавораць як пра дослед аб «узважванні» Зямлі, г. зн. вызначэнні яе масы. Сапраўды, атрымаўшы з доследу значэнне гравітацыйнай пастаяннай і ведаючы паскарэнне свабоднага падзення, а таксама радыус Зямлі, з дапамогай формулы (2) лёгка знайсці яе масу:

$$M_З = \frac{gR_З^2}{G} = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ кг.}$$

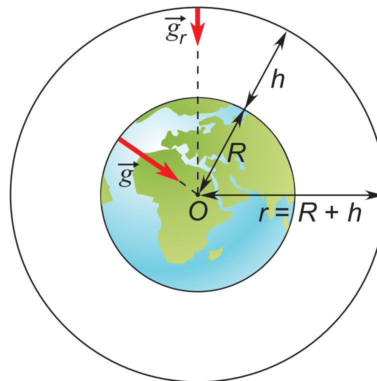
3. Паскарэнне свабоднага падзення на вышыні h. Адлегласць r ад цэнтра планеты радыусам R да пункта, які знаходзіцца на вышыні h, роўна $R + h$ (мал. 194). Замяніўшы ў формуле (2) радыус планеты R на адлегласць $r = R + h$, атрымаем:

$$g_r = G\frac{M}{r^2} = G\frac{M}{(R+h)^2}. \qquad (3)$$

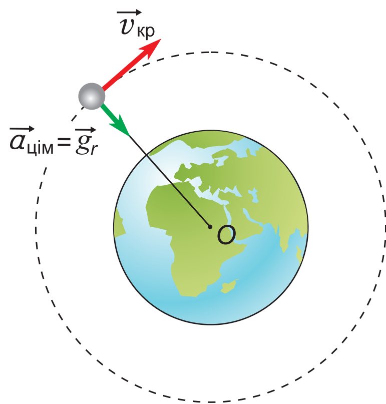
З формул (2) і (3) знаходзім адносіну паскарэння свабоднага падзення на вышыні h да паскарэння на паверхні планеты:

$$\frac{g_r}{g} = \frac{R^2}{r^2} = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2. \qquad (4)$$

Мы бачым, што з ростам вышыні паскарэнне свабоднага падзення памяншаецца. Гэта памяншэнне незаўважнае на вышынях, нязначных у параўнанні з радыусам планеты (г. зн. пры $h << R$), але вельмі істотнае на вялікіх адлегласцях ад яе.



Мал. 194



Мал. 195

4. Скорасць руху спадарожніка па кругавой арбіце. Цэнтраімклівае паскарэнне $\vec{a}_{цім}$ спадарожніка, які рухаецца па кругавой арбіце радыуса r, створана сілай прыцягнення. Значыць, $\vec{a}_{цім} = \vec{g}_r$ (мал. 195). Паколькі модуль $a_{цім} = \frac{v_{кр}^2}{r}$, дзе $v_{кр}$ — модуль скорасці руху спадарожніка, то $\frac{v_{кр}^2}{r} = g_r$. Адсюль

$$v_{кр} = \sqrt{g_r r}. \quad (5)$$

Скорасць руху па кругавой арбіце, блізкай да паверхні планеты ($r \approx R$), называецца **першай касмічнай скорасцю**. Падставіўшы ў формулу (5) паскарэнне $g_r = g = 9{,}8\ \frac{м}{с^2}$ і $r = R_З = 6\ 370\ 000$ м (радыус Зямлі), атрымаем значэнне першай касмічнай скорасці руху спадарожніка вакол Зямлі:

$$v_1 = \sqrt{gR_З} = 7{,}9\ \frac{км}{с} \approx 8\ \frac{км}{с}.$$

Другой касмічнай скорасцю v_2 называюць найменшую пачатковую скорасць, набываючы якую цела назаўсёды пакіне планету. Можна даказаць, што $v_2 = \sqrt{2}v_1$. Для Зямлі $v_2 \approx 11\ \frac{км}{с}$.

Скорасць руху па кругавой арбіце радыуса r можна выразіць праз масу планеты і радыус арбіты. Падстаўляючы g_r з формулы (3) у формулу (5), атрымаем:

$$v_{кр} = \sqrt{\frac{GM}{r}}. \quad (6)$$

Бачым, што скорасць $v_{кр}$ памяншаецца пры павелічэнні радыуса арбіты.

«Узважванне» Сонца. Каб «узважыць» Сонца, дастаткова ведаць гравітацыйную пастаянную G, адлегласць ад Зямлі да Сонца $r = 1{,}5 \cdot 10^{11}$ м і працягласць года $T = 365{,}25$ сут $= 3{,}16 \cdot 10^7$ с. Па значэннях r і T лёгка вызначыць скорасць руху Зямлі па арбіце: $v_{кр} = \frac{2\pi r}{T} = 3{,}0 \cdot 10^4\ \frac{м}{с}$. Выражаючы масу M з формулы (6), атрымаем: $M = \frac{r v_{кр}^2}{G}$. Падстаўляючы сюды $v_{кр}$ і r, знаходзім масу Сонца: $M = 2{,}0 \cdot 10^{30}$ кг. Яна ў 330 000 разоў большая за масу Зямлі.

Пра масу планеты могуць «расказаць» яе спадарожнікі. Пакажыце самастойна, як вызначыць масу планеты, ведаючы перыяд абарачэння яе спадарожніка і радыус яго арбіты.

Галоўныя вывады

1. Любыя два целы прыцягваюць адно аднаго сіламі, прама прапарцыянальнымі здабытку мас гэтых цел і адваротна прапарцыянальнымі квадрату адлегласці паміж імі.

2. Гравітацыйная пастаянная $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$ паказвае, з якой сілай прыцягваюцца матэрыяльныя пункты масамі па 1 кг на адлегласці 1 м адзін ад аднаго.

3. Паскарэнне свабоднага падзення на паверхні планеты прама прапарцыянальна яе масе і адваротна прапарцыянальна квадрату радыуса планеты.

4. Скорасць руху спадарожніка па кругавой арбіце, блізкай да паверхні планеты, называецца першай касмічнай скорасцю. Для Зямлі $v_1 \approx 8\ \frac{\text{км}}{\text{с}}$.

Кантрольныя пытанні

1. Якая сіла дзейнічае паміж любымі целамі? Чаму мы не заўважаем узаемнага прыцяжэння прадметаў, што вакол нас?
2. Як змяняецца сіла прыцягнення пры павелічэнні адлегласці паміж целамі?
3. Які фізічны сэнс мае гравітацыйная пастаянная G? Як знайсці яе на доследзе?
4. Што разумеюць пад першай касмічнай скорасцю? Чаму роўна гэта скорасць для Зямлі?
5. Як вызначыць масу Зямлі?



6. Як, ведаючы радыус арбіты Фобаса і перыяд яго абарачэння вакол Марса, знайсці масу Марса?



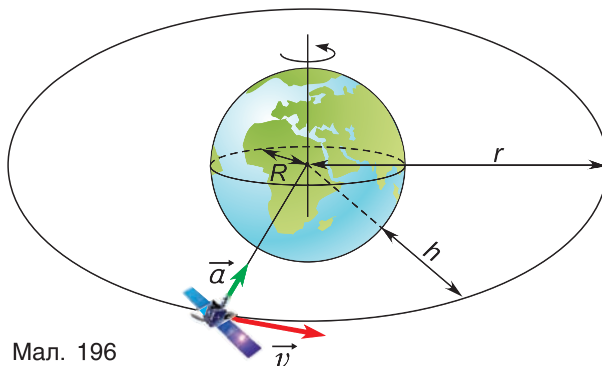
7. Чаму Месяц не падае на Зямлю? Чаму Зямля не падае на Сонца, але і не пакідае Сонечную сістэму?

Прыклад рашэння задачы

Геастацыянарным называюць спадарожнік, які пастаянна знаходзіцца над пэўным пунктам паверхні Зямлі. Такія спадарожнікі шырока выкарыстоўваюцца як спадарожнікі сувязі. Вызначце радыус арбіты геастацыянарнага спадарожніка і яго вышыню над паверхняй Зямлі.

Рашэнне

Арбіта геастацыянарнага спадарожніка — акружнасць, якая ляжыць у экватарыяльнай плоскасці Зямлі (мал. 196). Перыяд абарачэння такога спадарожніка павінен супадаць з перыядам T вярчэння Зямлі вакол сваёй восі (24 г).



Мал. 196

Хоць геастацыянарны спадарожнік нерухомы адносна Зямлі, ён рухаецца паскорана адносна інерцыяльнай сістэмы, звязанай з зоркамі. Яго цэнтраімклівае паскарэнне створана сілай прыцягнення Зямлі. Прыраўноўваючы паскарэнне $a_{цім} = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$ да паскарэння свабоднага падзення $g_r = g\frac{R^2}{r^2}$, атрымліваем: $\frac{4\pi^2 r}{T^2} = g\frac{R^2}{r^2}$. Адсюль радыус арбіты $r = \sqrt[3]{\frac{gR^2T^2}{4\pi^2}}$. Падстаўляючы $g = 9{,}8\ \frac{м}{с^2}$, радыус Зямлі $R = 6{,}4 \cdot 10^6$ м, перыяд абарачэння $T = 24 \cdot 3600$ с $= 8{,}64 \cdot 10^4$ с, знаходзім: $r = 4{,}23 \cdot 10^7$ м. Пры такім радыусе арбіты адлегласць да паверхні Зямлі складзе: $h = r - R = 3{,}6 \cdot 10^4$ км. Дакладныя разлікі даюць рэзультат: $h = 35\,786$ км.

Практыкаванне 18

1. Як зменіцца сіла прыцягнення паміж двума матэрыяльнымі пунктамі, калі адлегласць паміж імі паменшыцца ў $k = 3$ разы?

2. Ці зменіцца сіла прыцягнення паміж двума целамі, калі масу аднаго з іх павялічыць у два разы, а адлегласць паміж імі паменшыць у два разы?

3. У адным з доследаў па праверцы закону сусветнага прыцягнення сіла прыцяжэння паміж свінцовым шарам масай $m_1 = 5{,}0$ кг і шарыкам масай $m_2 = 100$ г была $F = 6{,}8$ нН (нананьютанаў). Адлегласць паміж цэнтрамі шароў $r = 7{,}0$ см. На падставе гэтых даных вызначце гравітацыйную пастаянную.

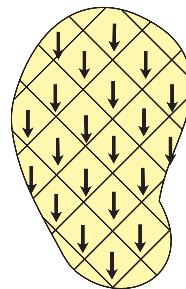
4. Вызначце паскарэнне, выкліканае сілай прыцягнення, на вышыні $h = 2R_3$ ад паверхні Зямлі, калі на паверхні Зямлі яно $g = 9{,}81\ \frac{м}{с^2}$.

5. На якой вышыні ад паверхні Зямлі сіла прыцягнення, што дзейнічае на цела, паменшыцца ў $k = 3$ разы? Радыус Зямлі R_3 прыняць роўным $6{,}4 \cdot 10^6$ м.

§ 26. Цэнтр цяжару. Вага. Бязважкасць і перагрузкі

Чым ніжэй размешчаны цэнтр цяжару аўтамабіля, тым ён больш устойлівы. А што такое цэнтр цяжару?

Ці заўсёды вага роўна сіле цяжару? Пры якіх умовах надыходзіць бязважкасць? Ці можна зведаць стан бязважкасці, не адпраўляючыся ў космас?



Мал. 197

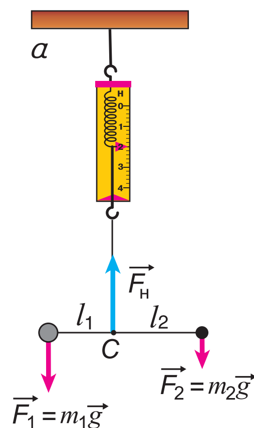
Да гэтага часу мы разглядалі сілу цяжару як адну сілу, якая дзейнічае на цела цалкам. На самай жа справе сіла цяжару складаецца з сіл, прыкладзеных да кожнай часткі цела (мал. 197). Як замяніць мноства сіл $m_1\vec{g}$, $m_2\vec{g}$, $m_3\vec{g}$, ... адной сілай $m\vec{g}$? У якім пункце яе трэба прыкласці?

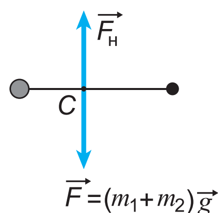
Правядзём дослед. Падвесім на нітцы дынамометр, а да яго — лёгкі жорсткі стрыжань з двума грузамі (мал. 198, *а*). Падбяром пункт *C* падвесу стрыжня так, каб грузы масамі m_1 і m_2 ураўнаважылі адзін аднаго. Стрыжань з грузамі будзем разглядаць як адно цела. На яго дзейнічаюць сілы нацяжэння ніткі $\vec{F}_н$ і сілы цяжару $m_1\vec{g}$ і $m_2\vec{g}$. У якім пункце трэба прыкласці сілу цяжару ўсяго цела $m\vec{g} = (m_1 + m_2)\vec{g}$, каб яна замяніла сілы $m_1\vec{g}$ і $m_2\vec{g}$?

Дослед сведчыць: сілу $m\vec{g}$ трэба прыкласці ў пункце, адносна якога грузы ўраўнаважваюць адзін аднаго (у пункце *C*, мал. 198, *б*). Толькі ў гэтым выпадку не зменяцца ні паказанні дынамометра, ні становішча стрыжня.

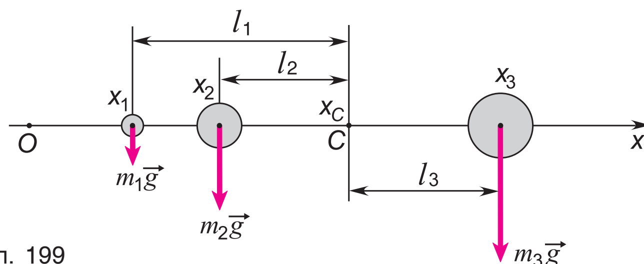
Пункт прыкладання сілы цяжару называецца цэнтрам цяжару цела.

Становішча цэнтра цяжару (пункта *C*, гл. мал. 198, *а, б*) лёгка разлічыць з умовы раўнавагі па правіле момантаў: $m_1 g \cdot l_1 = m_2 g \cdot l_2$. Адсюль $\frac{l_1}{l_2} = \frac{m_2}{m_1}$ — адлегласці ад грузаў да цэнтра цяжару адваротна прапарцыянальны іх масам. Значыць, цэнтр цяжару знаходзіцца бліжэй да больш масіўнага грузу.





Мал. 198



Мал. 199

А калі грузаў больш за два (мал. 199)? Абазначым іх каардынаты праз x_1, x_2, x_3, а каардынату цэнтра цяжару ўсёй сістэмы — праз x_C.

У гэтым выпадку ўмова раўнавагі прыме выгляд: $m_1 g \cdot l_1 + m_2 g \cdot l_2 = m_3 g \cdot l_3$, або

$$m_1(x_C - x_1) + m_2(x_C - x_2) = m_3(x_3 - x_C).$$

Раскрываючы дужкі і пераносячы ў левую частку складаемыя з каардынатай цэнтра цяжару x_C, атрымаем: $(m_1 + m_2 + m_3)x_C = m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3$. Адсюль

$$x_C = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3}.$$

Аналагічна для цела, якое складаецца з n матэрыяльных пунктаў, каардыната яго цэнтра цяжару:

$$x_C = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \ldots + m_n x_n}{m}, \qquad (1)$$

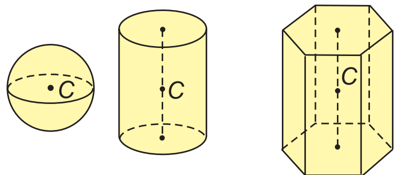
дзе $m = m_1 + m_2 + \ldots + m_n$.

Калі пункты не знаходзяцца на адной прамой, то для вызначэння цэнтра цяжару неабходна вылічыць таксама каардынаты y_C і z_C:

$$y_C = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + \ldots + m_n y_n}{m}; \quad z_C = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2 + \ldots + m_n z_n}{m}. \qquad (2)$$

А як знайсці цэнтр цяжару суцэльнага цела? Гэта можна зрабіць по формулах (1) і (2), умоўна разбіўшы цела на малыя часткі (гл. мал. 197) масамі $m_1, m_2, \ldots, m_n$.

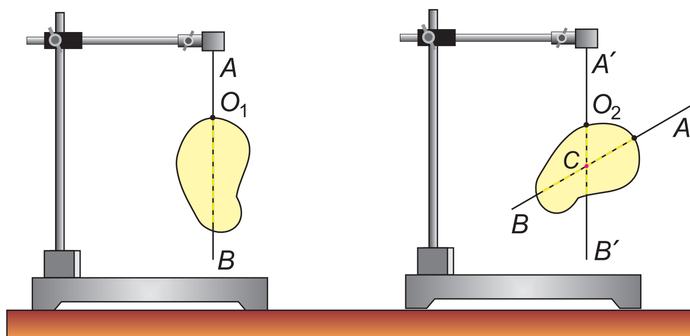
Адзначым, што аб поўнай замене сіл цяжару, прыкладзеных да кожнай часткі цела, адной сілай $m\vec{g}$ можна гаварыць толькі для недэфармуемых, абсалютна цвёрдых цел.



Мал. 200

У аднародных цел правільнай формы цэнтр цяжару супадае з яго геаметрычным цэнтрам (мал. 200).

Цэнтр цяжару любога цела можна знайсці на доследзе, падвешваючы цела на нітцы ў розных пунктах (напрыклад, у пунктах O_1 і O_2) і адзначаючы становішча вертыкальных прамых AB

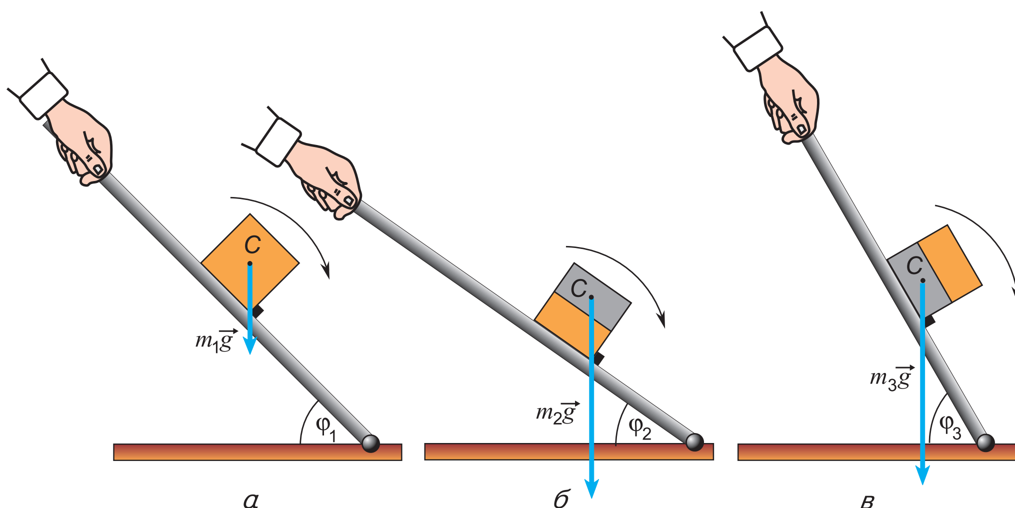


Мал. 201

і $A'B'$, што праходзяць праз гэтыя пункты (мал. 201). Пункт C іх перасячэння супадае з шуканым цэнтрам цяжару.

Для чаго трэба ведаць становішча цэнтра цяжару? Правядзём дослед. На нахіленую плоскасць з невысокай прыступкай пакладзём кубік (мал. 202). Прыступка перашкаджае яго саслізгванню. Высветлім, пры якім значэнні вугла нахілу φ адбудзецца перакульванне кубіка. Будзем паступова павялічваць вугал нахілу.

Аднародны кубік перакуліцца пры значэнні вугла $\varphi_1 = 45°$ (гл. мал. 202, *а*). Возьмем цяпер кубік, склеены з дзвюх палавін — стальной і драўлянай. Калі паставіць яго драўлянай часткай кнізу, то кубік перакуліцца пры значна меншым значэнні вугла (гл. мал. 202, *б*). Калі ж унізе будзе стальная частка, то перакульванне адбудзецца толькі пры вугле $\varphi_3 > 60°$ (гл. мал. 202, *в*).



Мал. 202

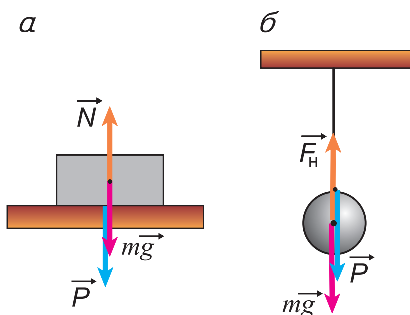
Так адбываецца таму, што момант сілы рэакцыі апоры можа ўраўнаважыць «перакульваючы» момант сілы цяжару, толькі калі лінія дзеяння сілы цяжару не выходзіць за межы апоры (гл. мал. 202).

Чым ніжэй размешчаны цэнтр цяжару цела, тым яно больш ўстойлівае.

У сувязі з праблемай устойлівасці неабходна сачыць за становішчам цэнтра цяжару высотных збудаванняў, пад'ёмных кранаў, траспартных сродкаў і г. д. Недапушчальнае павышэнне цэнтра цяжару карабля, выклікане няправільным размяшчэннем грузаў, можа прывесці да страты ўстойлівасці і перакульвання судна.

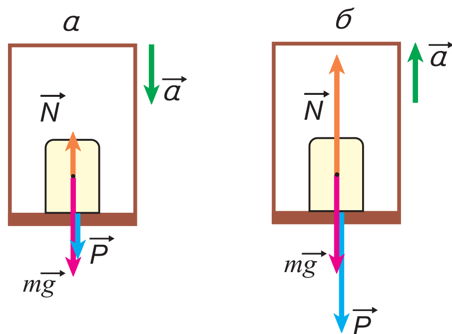
Пункт з каардынатамі x_C, y_C, z_C, якія вызначаюцца па формулах (1), (2), важны не толькі як месца прыкладання сілы цяжару. Гэты пункт называюць **цэнтрам мас** цела. Можна даказаць, што цэнтр мас рухаецца так, як рухаўся б матэрыяльны пункт масай, роўнай масе цела, пад дзеяннем выніковай усіх сіл, прыкладзеных да яго.

Сілу цяжару, якая дзейнічае на цела, не трэба блытаць з яго вагой. **Вага цела вызначаецца як сіла, з якой цела дзейнічае на апору або на падвес.** Сіла цяжару прыкладзена да цела, а вага — да апоры (мал. 203, *а*) або падвеса (мал. 203, *б*). Прырода сілы цяжару і вагі таксама розная. Сіла цяжару мае гравітацыйнае паходжанне, а вага — прыватны выпадак сілы пругкасці.



Мал. 203

На малюнку 203, *а* паказаны тры сілы: $\vec{P}$, $m\vec{g}$ і $\vec{N}$. Сіла цяжару $m\vec{g}$ дзейнічае з боку Зямлі на цела, вага $\vec{P}$ — з боку цела на апору, а сіла рэакцыі апоры $\vec{N}$ — з боку апоры на цела. Малюнак 203, *б* прааналізуйце самастойна.



Мал. 204

Па трэцім законе Ньютана $\vec{P} = -\vec{N}$. Калі цела разам з апорай знаходзіцца ў стане спакою (або рухаецца раўнамерна і прамалінейна), то $m\vec{g} + \vec{N} = \vec{0}$. У выніку $\vec{P} = -\vec{N} = m\vec{g}$. Значыць, у гэтым выпадку вага роўна сіле цяжару. А калі цела разам з апорай рухаецца з паскарэннем?

Разгледзім цела, што знаходзіцца ў кабіне ліфта, якая рухаецца з паскарэннем

$\vec{a}$, накіраваным уніз (мал. 204, *a*). Тут, як і ў папярэднім выпадку, $\vec{P} = -\vec{N}$, але па другім законе Ньютана $m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a} \neq \vec{0}$. Адсюль $\vec{N} = m\vec{a} - m\vec{g}$, а вага цела

$$\vec{P} = m(\vec{g} - \vec{a}). \quad (3)$$

Калі, напрыклад модуль паскарэння кабіны ліфта $a = 4{,}9\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, то вага цела будзе ў два разы меншай, чым у нерухомай кабіне. Пры $a = 9{,}8\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, г. зн. пры руху з паскарэннем свабоднага падзення $\vec{a} = \vec{g}$, вага цела будзе роўнай нулю. Значыць, **целы, якія свабодна падаюць, знаходзяцца ў стане *бязважкасці***.

Дакажыце самастойна, што формула (3) справядлівая і пры паскарэнні кабіны ліфта, накіраваным уверх (мал. 204, *б*). Знайдзіце, у колькі разоў у гэтым выпадку павялічыцца вага цела пры модулі паскарэння $a = 4{,}9\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ і пры $a = 9{,}8\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Формула $\vec{P} = m(\vec{g} - \vec{a})$ дае правільны выраз для вагі цела пры любым напрамку вектара $\vec{a}$. Неабходна толькі памятаць, што вектар $\vec{a}$ — гэта паскарэнне руху цела адносна інерцыяльнай сістэмы адліку.

Лікавае значэнне вагі цела роўна модулю вектара $\vec{P}$:

$$P = m\left|\vec{g} - \vec{a}\right|. \quad (4)$$

Адноснае змяненне вагі цела, якое выклікана яго паскораным рухам, характарызуюць *перагрузкай Q*. Яна роўна адносіне вагі цела пры яго руху з паскарэннем да яго вагі ў звычайных умовах. Згодна з формулай (4) перагрузка

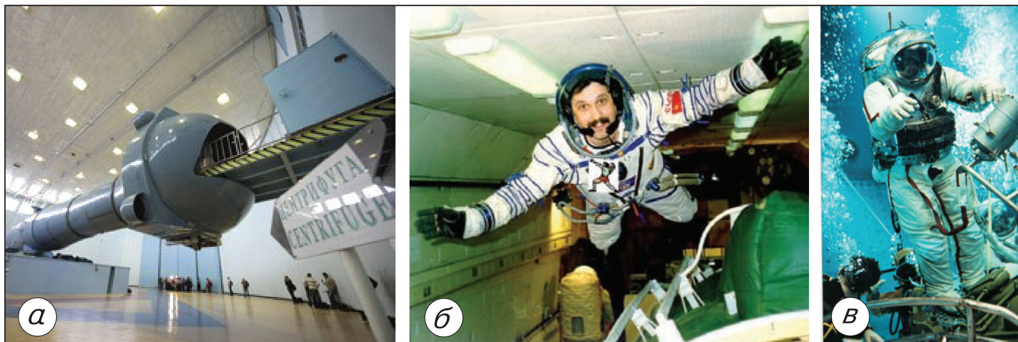
$$Q = \frac{P}{mg} = \frac{\left|\vec{g} - \vec{a}\right|}{g}.$$

Пры $\vec{a} = \vec{g}$, г. зн. пры бязважкасці, $Q = 0$. У ракеце, якая ўзлятае з Зямлі вертыкальна з паскарэннем $\vec{a}$, перагрузка $Q = 1 + \frac{a}{g}$.

Разгледзім яшчэ адзін прыклад. Касмічны карабель знаходзіцца далёка ад планет і Сонца. Сілы іх гравітацыйнага дзеяння на карабель вельмі малыя. Рухавік карабля надае яму паскарэнне $\vec{a}$. Якой будзе вага касманаўта на караблі?

У дадзеных умовах $\vec{g} = \vec{0}$, але па формуле (3) вага $\vec{P} = -m\vec{a} \neq \vec{0}$. Значыць, вага можа ўзнікнуць і пры адсутнасці сілы цяжару. Вага будзе накіравана процілегла паскарэнню карабля. Калі пры гэтым модуль паскарэння карабля $a = 9{,}8\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, то вага і ўсе звязаныя з ёй адчуванні ў касманаўта будуць такімі ж, як і на Зямлі.

Вялікія перагрузкі зведваюць касманаўты на ўчастку разгону касмічнага карабля ракетай-носьбітам. Па заканчэнні работы рухавікоў перагрузкі змяняюцца станам бязважкасці. Для таго каб паспяхова перанесці перагрузкі і працяглую



Мал. 205



Мал. 206

бязважкасць, патрабуецца спецыяльная падрыхтоўка. Для стварэння перагрузак выкарыстоўваецца цэнтрыфуга (мал. 205, *а*). Стан бязважкасці, які доўжыцца некалькі мінут, дасягаецца ў салоне самалёта, які ляціць па парабалічнай траекторыі (мал. 205, *б*). Для падрыхтоўкі да работы ў бязважкасці праводзяцца таксама і трэніроўкі пад вадой (мал. 205, *в*). Падкрэслім, што ў гэтым выпадку вага чалавека мае звычайнае значэнне: апорай служыць вада, а сілай рэакцыі апоры з'яўляецца сіла Архімеда.

Стан перагрузкі і кароткатэрміновай бязважкасці можна зведаць, не адпраўляючыся ў космас. Як мы бачылі, бязважкасць дасягаецца пры свабодным падзенні. Перагрузкі ўзнікаюць пры руху з разгонам, тармажэннем, рэзкімі паваротамі (мал. 206).

Галоўныя вывады

1. Пункт прыкладання сілы цяжару цела называецца цэнтрам цяжару.
2. Чым ніжэй размешчаны цэнтр цяжару цела, тым яно больш устойлівае.
3. Сіла цяжару прыкладзена да цела, а вага цела — да апоры або падвеса.
4. Вага цела змяніцца, калі цела набудзе паскарэнне адносна інерцыяльнай сістэмы адліку.
5. Цела, якое свабодна падае, знаходзіцца ў стане бязважкасці.

Кантрольныя пытанні

1. Што такое цэнтр цяжару?
2. Як вызначыць цэнтр цяжару?
3. Што такое вага? Чым яна адрозніваецца ад сілы цяжару?
4. У якіх выпадках вага $\vec{P}$ і сіла цяжару $m\vec{g}$ роўныя паміж сабой. У якіх — $P > mg$; $P < mg$?
5. Пры якіх умовах надыходзіць стан бязважкасці?



6. Што называецца перагрузкай?
7. Ці можа вага быць накіравана вертыкальна ўверх?

Прыклады рашэння задач

1. З аднароднай квадратнай пласцінкі са стараной $a = 10$ см выразана $\frac{1}{4}$ частка (мал. 207, *а*). Вызначце становішча цэнтра цяжару пласцінкі з выразам.

Дадзена:	Рашэнне
$a = 10$ см	Для вызначэння становішча цэнтра цяжару (пункт C) вернем на сваё месца выразаную частку (мал. 207, *б*).
x_C — ?	

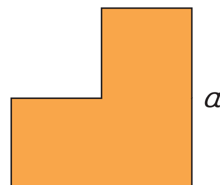
Сіла цяжару ўсёй пласцінкі будзе раўнадзейнай усіх сіл цяжару выразанай часткі $m_1\vec{g}$ і часткі $m_2\vec{g}$, якая засталася. Адносна пункта O алгебраічная сума момантаў сіл роўна нулю: $m_2 g \cdot x_C = m_1 g \cdot l$.

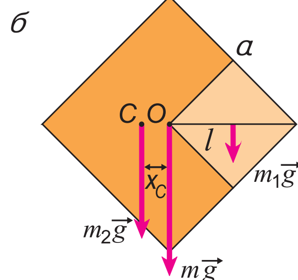
Адкуль $x_C = \frac{m_1 l}{m_2}$.

Паколькі $m_1 = \frac{1}{4}m$, а $m_2 = \frac{3}{4}m$, то $x_C = \frac{1}{3}l$.

Калі плячо $l = \frac{\sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{4}}}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{4}$, то $x_C = \frac{a\sqrt{2}}{12} = 1{,}2$ см.

Адказ: $x_C = 1{,}2$ см.





Мал. 207

2. Чалавек масай $m = 60$ кг, які знаходзіцца ў кабіне ліфта, што рухаецца ўніз, цісне на падлогу з сілай $F = 690$ Н. Вызначце паскарэнне кабіны ліфта. Прыміце $g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

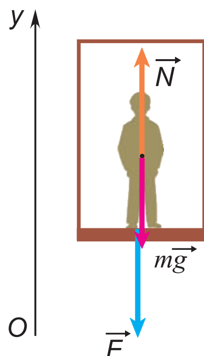
Дадзена:

$m = 60$ кг
$F = 690$ Н
$g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

$\vec{a}$ — ?

Рашэнне

На чалавека ў кабіне ліфта (мал. 208) дзейнічаюць сіла цяжару $m\vec{g}$ і сіла рэакцыі падлогі $\vec{N}$. Па трэцім законе Ньютана $\vec{N} = -\vec{F}$. Тады $m\vec{a} = -\vec{F} + m\vec{g}$.



Мал. 208

У праекцыі на вось Oy:

$$ma_y = F - mg.$$

Адсюль

$$a_y = \frac{F - mg}{m};\ a_y = \frac{690\ \text{Н} - 600\ \text{Н}}{60\ \text{кг}} = 1{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Значыць, паскарэнне накіравана ўверх, хоць кабіна апускаецца. Гэта значыць, што яна апускаецца з тармажэннем.

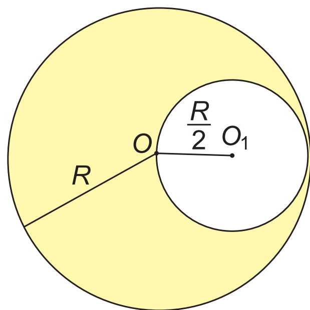
Адказ: $a = 1{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$; паскарэнне кабіны ліфта накіравана ўверх.

Практыкаванне 19

1. Два шары аднолькавага аб'ёму і масамі $m_1 = 2{,}0$ кг і $m_2 = 4{,}0$ кг замацаваны на тонкім стрыжні так, што іх цэнтры знаходзяцца на адлегласці $l = 20$ см адзін ад аднаго. Вызначце становішча цэнтра цяжару сістэмы. Вагу стрыжня не ўлічваць.

2. Брусок даўжынёй $l = 20$ см складаецца з дзвюх роўных палавін: адна — з алюмінію, другая — з медзі. Вызначце становішча цэнтра цяжару бруска.

3. З аднароднай пласцінкі ў выглядзе круга (мал. 209) радыуса R выразана круглая адтуліна радыуса $\frac{R}{2}$. На якой адлегласці ад пункта O знаходзіцца цэнтр цяжару пласцінкі?



Мал. 209

4. У кабіне пад'ёмніка ляжыць груз. Калі кабіна нерухомая, вага грузу $P = 2{,}0$ кН. Калі кабіна рухаецца з пастаянным паскарэннем, то вага грузу большая на $\Delta P = 200$ Н. Вызначце модуль і напрамак паскарэння кабіны пад'ёмніка.

5. Шарык, які вісіць на спружыне ў кабіне нерухомага ліфта, расцягвае спружыну на $x_1 = 3{,}0$ см. Калі кабіна ліфта пачала рухацца ўверх з пастаянным паскарэннем, то расцяжэнне спружыны стала $x_2 = 6{,}0$ см. Вызначце модуль паскарэння руху кабіны ліфта.

3 Законы захавання

Чаму рамяні бяспекі памяншаюць сілу ўдару пры сутыкненні?

Чаму па нахіленай лесвіцы падымацца лягчэй, чым па вертыкальнай?

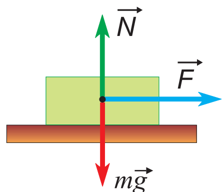
Чаму пры пад'ёме ўгару вадзіцель гружанага аўтамабіля ўключае першую перадачу і пераходзіць на малую скорасць руху?

Як можна перамяшчацца ў адкрытым космасе?



§ 27. Імпульс цела. Імпульс сістэмы цел

Рэзультат дзеяння сілы на цела залежыць не толькі ад самой сілы, але і ад працягласці яе дзеяння.



Мал. 210

Разгледзім прыклад. На цела (матэрыяльны пункт) масай m на працягу прамежку часу $\Delta t = t_2 - t_1$ дзейнічаюць сіла цяжару $m\vec{g}$, сіла рэакцыі апоры $\vec{N}$ і сіла пругкасці $\vec{F}$ (мал. 210). Паколькі $m\vec{g} + \vec{N} = \vec{0}$, сіла $\vec{F}$ роўна выніковай усіх сіл, што дзейнічаюць на цела. Няхай сіла $\vec{F}$ пастаянная, а пачатковая скорасць цела роўна $\vec{v}_1$. Да якога рэзультату прывядзе дзеянне сіл?

Па другім законе Ньютана

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}. \qquad (1)$$

Па азначэнні паскарэння

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}. \qquad (2)$$

З формул (1) і (2) вынікае:

$$m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = \vec{F}\Delta t. \qquad (3)$$

Здабытак масы цела на скорасць яго руху называецца *імпульсам цела.*

Імпульс цела абазначаецца сімвалам $\vec{p}$:

$$\boldsymbol{\vec{p} = m\vec{v}}. \qquad (4)$$

Слова **«імпульс»** паходзіць ад лацінскага impulses — «штуршок». Імпульс цела (яго называюць таксама **колькасцю руху** цела) — вектарная велічыня. Ён накіраваны таксама, як і скорасць руху цела. Адзінкай імпульсу ў СІ з'яўляецца *1 кілаграм-метр у секунду* $\left(1\ \frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}}\right)$.

Паколькі $m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = \Delta\vec{p}$, суадносіна (3) паказвае, што дзеянне сіл на цела прыводзіць да змянення яго імпульсу:

$$\boldsymbol{\Delta\vec{p} = \vec{F}\Delta t}. \qquad (5)$$

Роўнасць (5) выражае ***закон змянення імпульсу цела.***

Змяненне імпульсу цела роўна здабытку выніковай усіх сіл, прыкладзеных да цела, на час яе дзеяння.

Змяненне імпульсу $\Delta\vec{p}$ накіравана таксама, як і выніковая сіла $\vec{F}$.

Адзначым, што здабытак сілы на час яе дзеяння $\vec{F}\Delta t$, называюць **імпульсам сілы**.

З закону змянення імпульсу цела вынікае:

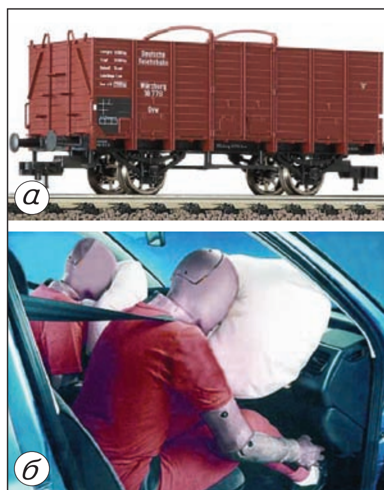
$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}. \quad (6)$$

Суадносіна (6) выражае другі закон Ньютана ў той фармулёўцы, якая была дадзена самім Ньютанам: «Змяненне колькасці руху прапарцыянальна прыкладзенай рухальнай сіле і адбываецца па прамой, па якой дзейнічае гэта сіла».

З формулы (6) відаць, што пры зададзеным змяненні імпульсу цела сіла адваротна прапарцыянальна часу яе дзеяння. З гэтым прыходзіцца лічыцца ў тэхніцы і ў штодзённым жыцці.

Не рэкамендуецца рабіць рэзкіх рыўкоў пры пад'ёме грузаў і пры буксіроўцы транспартных сродкаў з дапамогай тросаў. Калі час дзеяння сілы будзе вельмі невялікім, то сіла будзе вельмі вялікай. Трос можа абарвацца.

Каб пазбегнуць цяжкіх наступстваў пры сутыкненнях, павялічваюць час тармажэння. Для гэтага вагоны забяспечваюць буфернымі спружыннымі амартызатарамі (мал. 211, *а*), аўтамабілі — спецыяльнымі бамперамі, рамянямі бяспечнасці і паветранымі падушкамі, якія аўтаматычна спрацоўваюць (мал. 211, *б*).



Мал. 211

І наадварот, для атрымання вялікіх сіл, выкарыстоўваюць працэсы, пры якіх час змянення імпульсу надзвычай невялікі. Прыкладамі служаць забіванне палі падаючым «молатам» (мал. 212), сутыкненне кулі з перашкодай і г. д. Разбуральнае дзеянне выбуху таксама звязана з тым, што ён адбываецца надзвычай хутка.

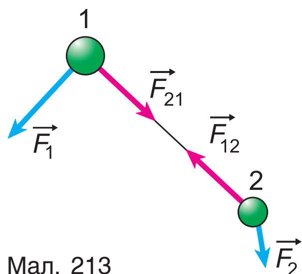
Мы разгледзелі змяненне імпульсу аднаго цела. А якія заканамернасці змянення імпульсу некалькіх цел, што ўзаемадзейнічаюць адно з адным?



Мал. 212

Сукупнасць некалькіх цел утварае **механічную сістэму**. Целы, якія не ўваходзяць у сістэму, называюцца **знешнімі целамі**. Сілы ўзаемадзеяння цел сістэмы называюць **унутранымі**. Сілы, якія дзейнічаюць на целы сістэмы з боку знешніх цел, — **знешнімі сіламі**.

Імпульс сістэмы ўяўляе сабой вектарную суму імпульсаў усіх цел, што ў яе ўваходзяць. Чым вызначаецца змяненне імпульсу сістэмы?



Мал. 213

Разгледзім сістэму, якая складаецца з двух цел *1* і *2* (мал. 213). Сілы іх узаемадзеяння $\vec{F}_{12}$ і $\vec{F}_{21}$ — гэта ўнутраныя сілы. На целы сістэмы дзейнічаюць таксама і знешнія сілы: $\vec{F}_1$ (на цела *1*) і $\vec{F}_2$ (на цела *2*). Няхай усе сілы пастаянныя на працягу прамежку часу Δt. Запішам змяненне імпульсу кожнага з цел сістэмы. Для цела *1*:

$$\Delta\vec{p}_1 = (\vec{F}_{21} + \vec{F}_1)\Delta t.$$

Для цела *2*: $\Delta\vec{p}_2 = (\vec{F}_{12} + \vec{F}_2)\Delta t.$

Для ўсёй сістэмы:

$$\Delta\vec{p}_{\text{сіст}} = \Delta\vec{p}_1 + \Delta\vec{p}_2 = (\vec{F}_{21} + \vec{F}_1 + \vec{F}_{12} + \vec{F}_2)\Delta t.$$

Згодна з трэцім законам Ньютана сума сіл узаемадзеяння $\vec{F}_{21} + \vec{F}_{12} = \vec{0}$.
З улікам гэтага

$$\Delta\vec{p}_{\text{сіст}} = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2)\Delta t = \vec{F}_{\text{знеш}}\Delta t. \quad (7)$$

А калі ў сістэму ўваходзяць больш за два целы? Сума ўнутраных сіл, з якімі целы дзейнічаюць адно на аднаго, будзе па-ранейшаму роўна нулю, і рэзультат не зменіцца:

$$\Delta\vec{\boldsymbol{p}}_{\text{сіст}} = \vec{\boldsymbol{F}}_{\text{знеш}}\Delta \boldsymbol{t}. \quad (8)$$

Суадносіна (8) выражае **закон змянення імпульсу сістэмы цел**.

Змяненне імпульсу сістэмы цел роўна здабытку выніковай знешніх сіл, што дзейнічаюць на сістэму, на час яе дзеяння.

Такім чынам, змяніць імпульс сістэмы цел можна толькі дзеяннем знешніх сіл. Унутраныя сілы могуць змяніць імпульс асобнага цела сістэмы, але не імпульс усёй сістэмы цалкам.

Роўнасці (5) і (8) можна выкарыстоўваць і пры непастаянных сілах. У гэтым выпадку пад $\vec{F}_{\text{знеш}}$ трэба разумець сярэднюю (за прамежак часу Δt) знешнюю сілу.

Галоўныя вывады

1. Вектарная фізічная велічыня, роўная здабытку масы цела на скорасць яго руху, называецца імпульсам цела.
2. Напрамак імпульсу цела супадае з напрамкам скорасці яго руху.
3. Змяненне імпульсу цела роўна здабытку выніковай усіх сіл, прыкладзеных да цела, на час яе дзеяння.
4. Змяніць імпульс сістэмы цел могуць толькі знешнія сілы. Гэта змяненне роўна здабытку выніковай знешніх сіл, што дзейнічаюць на сістэму, на час яе дзеяння.

Кантрольныя пытанні

1. Што такое імпульс цела? Як ён накіраваны? У якіх адзінках вымяраецца?
2. Як можна змяніць імпульс цела? Чаму роўна гэта змяненне?
3. Што такое механічная сістэма? Чаму роўны яе імпульс?
4. Чым можна выклікаць змяненне імпульсу сістэмы цел?

Прыклад рашэння задачы

Стальны шарык масай $m = 0{,}10$ кг падае з вышыні $h = 0{,}20$ м на стальную платформу і адскоквае ад яе з такой жа па модулі скорасцю: $v_2 = v_1$ (мал. 214). Час саўдару $\Delta t = 0{,}010$ с. Вызначце модуль сярэдняй сілы, з якой шарык у працэсе ўдару дзейнічаў на платформу. Пачатковая скорасць шарыка роўна нулю; $g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Дадзена:
$m = 0{,}10$ кг
$h = 0{,}20$ м
$\Delta t = 0{,}010$ с
$v_2 = v_1$
$g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

F — ?

Рашэнне

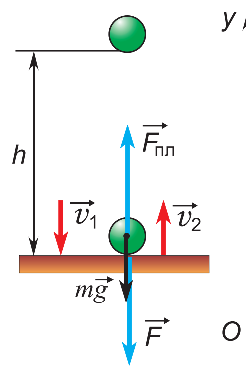
Сіла $\vec{F}$ (гл. мал. 214), з якой шарык дзейнічае на платформу, і сіла $\vec{F}_{\text{пл}}$, з якой платформа дзейнічае на шарык, па трэцім законе Ньютана звязаны суадносінай $\vec{F} = -\vec{F}_{\text{пл}}$.

Змяненне імпульсу шарыка:

$$\Delta\vec{p} = \vec{F}_{\text{ш}}\Delta t,$$

дзе $\vec{F}_{\text{ш}}$ — гэта выніковая сілы цяжару і сілы $\vec{F}_{\text{пл}}$.

Змяненне імпульсу шарыка: $\Delta\vec{p} = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1$, дзе $\vec{v}_1$ — скорасць шарыка перад ударам, а $\vec{v}_2$ — пасля ўдару. Значыць, $m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = (m\vec{g} + \vec{F}_{\text{пл}})\Delta t$.



Мал. 214

У праекцыі на вось Oy:

$$mv_2 - (-mv_1) = (-mg + F_{пл})\Delta t; \quad mv_2 + mv_1 = (F_{пл} - mg)\Delta t.$$

Паколькі $v_2 = v_1$ (па ўмове), то $F_{пл} = \frac{2mv_1}{\Delta t} + mg$.

Модуль скорасці $v_1 = \sqrt{2gh}$. Тады:

$$F_{пл} = \frac{2m\sqrt{2gh}}{\Delta t} + mg = \frac{2 \cdot 0{,}10\ кг \cdot \sqrt{2 \cdot 10\ \frac{м}{с^2} \cdot 0{,}20\ м}}{0{,}010\ с} + 0{,}10\ кг \cdot 10\ \frac{м}{с^2} = 41\ Н.$$

Значыць, у працэсе ўдару на платформу з боку шарыка па вертыкалі ўніз дзейнічала сіла, модуль якой $F = 41$ Н, што ў 41 раз больш за вагу шарыка $P = mg = 1$ Н.

Адказ: $F = 41$ Н.

Практыкаванне 20

1. Куля масай $m = 20{,}0$ г вылятае са ствала пнеўматычнага пісталета са скорасцю, модуль якой $v = 200\ \frac{м}{с}$. Вызначце модуль імпульсу кулі.

2. Модуль скорасці руху па прамалінейным участку шашы аўтамабіля масай $m = 1{,}0$ т змяніўся ад $v_1 = 36\ \frac{км}{г}$ да $v_2 = 72\ \frac{км}{г}$. Вызначце модуль змянення імпульсу аўтамабіля. Чаму роўны модуль выніковай усіх сіл, прыкладзеных да аўтамабіля, калі ён разганяўся на працягу прамежку часу $\Delta t = 3{,}0$ мін? Як накіравана выніковая?

3. Лёгкаатлет масай m бяжыць па кругавой дарожцы са скорасцю, модуль якой v пастаянны. Вызначце модуль змянення імпульсу лёгкаатлета праз прамежкі часу: $\Delta t_1 = \frac{T}{4}$, $\Delta t_2 = \frac{T}{2}$, $\Delta t_3 = T$, дзе T — час прабегу аднаго круга.

4. Малекула масай $m = 2{,}0 \cdot 10^{-26}$ кг ляціць са скорасцю, накіраванай пад вуглом $\alpha = 60°$ да паверхні сценкі пасудзіны. Модуль скорасці $v = 450\ \frac{м}{с}$. Пасля ўдару аб сценку малекула пад такім жа вуглом і з такой жа па модулі скорасцю, адскоквае ад яе. Вызначце змяненне імпульсу малекулы.

5. У кнізе Э. Распэ «Прыгоды барона Мюнхгаўзена» ёсць расказ барона: «Аднойчы паспрабаваў я пераскочыць цераз балота вярхом на кані. Але конь не даскочыў да берага, і мы трапілі ў вадкі бруд. Трапілі і пачалі тануць... Што было рабіць? Мы абавязкова б загінулі, калі б не дзіўная сіла маіх рук... Схапіўшы сябе за валасы, я з усіх сіл тузануў уверх і без вялікіх намаганняў выцягнуў з балота і сябе, і свайго каня, якога я сціскаў абедзвюма нагамі...». Дакажыце, што такі спосаб выратавання немагчымы.

§ 28. Закон захавання імпульсу. Рэактыўны рух

Яшчэ да адкрыцця законаў Ньютана знакаміты французскі філосаф і матэматык Рэнэ Дэкарт (1596—1650) сцвярджаў: «У Сусвеце ёсць вядомая колькасць руху, якая ніколі не павялічваецца, не памяншаецца, і, такім чынам, калі адно цела прыводзіць у рух другое, то губляе столькі свайго руху, колькі яго надае». А ці можна сфармуляваны Дэкартам закон захавання колькасці руху (імпульсу) вывесці з законаў Ньютана?

У папярэднім параграфе мы паказалі, што імпульс сістэмы цел можа змяніцца толькі пад дзеяннем знешніх сіл:

$$\Delta\vec{p}_{\text{сіст}} = \vec{F}_{\text{знеш}}\Delta t. \qquad (1)$$

А калі знешніх сіл няма або іх сума $\vec{F}_{\text{знеш}}$ роўна нулю? Тады

$$\Delta\vec{p}_{\text{сіст}} = \vec{0}. \qquad (2)$$

Абазначыўшы пачатковы імпульс сістэмы праз $\vec{p}_{\text{сіст}}$, а імпульс у канцы прамежку часу Δt — праз $\vec{p}\,'_{\text{сіст}}$, атрымаем: $\vec{p}\,'_{\text{сіст}} - \vec{p}_{\text{сіст}} = \vec{0}$, або

$$\vec{p}_{\text{сіст}} = \vec{p}\,'_{\text{сіст}}. \qquad (3)$$

Роўнасць (3) выражае ***закон захавання імпульсу.***

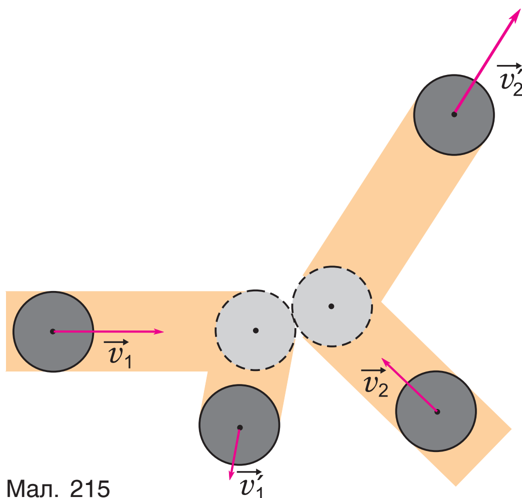
Імпульс сістэмы цел захоўваецца, калі сума знешніх сіл, што дзейнічаюць на яе, роўна нулю.

Сістэма цел, на якую не дзейнічаюць знешнія целы, называецца **замкнутай (ізаляванай) сістэмай**. Такім чынам, **імпульс любой замкнутай сістэмы заўсёды захоўваецца**.

Закон захавання імпульсу — адзін з найбольш дакладных і агульных законаў фізікі. Яго прымяняльнасць і для макраскапічных з'яў, і ў мікрасвеце, і для рэлятывісцкіх скарасцей праверана шматлікімі эксперыментамі.

Рэальныя сістэмы ніколі не бываюць поўнасцю замкнутымі. Знешнія целы ў той або іншай меры ўплываюць на разглядаемую сістэму. На ўсе целы вакол нас дзейнічае Зямля, на сістэму Зямля — Месяц дзейнічае Сонца і іншыя планеты, на Сонечную сістэму — зоркі Галактыкі. Аднак закон захавання імпульсу з поспехам прымяняюць і для незамкнутых сістэм.

У якіх выпадках гэта можна рабіць?



Мал. 215

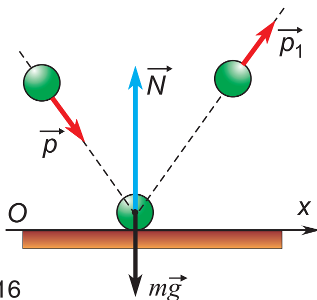
Па-першае, калі знешнія сілы дзейнічаюць, але іх выніковая роўна нулю. Разгледзім сутыкненне дзвюх хакейных шайбаў на гладкім лёдзе (мал. 215, выгляд зверху). Ці дзейнічалі на іх знешнія сілы? Так, дзейнічалі. Але сіла цяжару і сіла рэакцыі лёду кампенсавалі адна адну. У выніку імпульс сістэмы, якая складаецца з дзвюх шайбаў, не змяніўся, нягледзячы на сутыкненне.

Па-другое, калі ўнутраныя сілы шмат большыя за знешнія. Гэта адносіцца да саўдараў цел, выстралаў, выбухаў і да т. п. Напрыклад, сілы ціску газаў, якія выклікалі разрыў снарада, у тысячы разоў большыя за знешнюю сілу цяжару, якая дзейнічае на снарад. Значыць, уплыванне сілы цяжару на імпульс сістэмы ў такіх выпадках можна не прымаць у разлік.

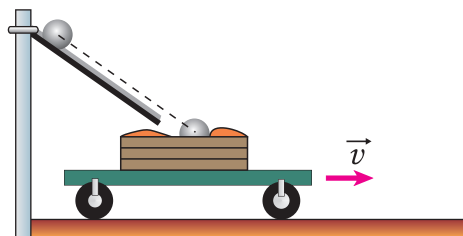
Акрамя таго, для незамкнутых сістэм можна прымяняць закон захавання праекцыі імпульсу. Разгледзім саўдары шарыка з гладкай гарызантальнай паверхняй (мал. 216). У час удару выніковая знешніх сіл, што дзейнічаюць на шарык ($\vec{F}_{\text{знеш}} = m\vec{g} + \vec{N}$), перпендыкулярна да восі Ox. Яе праекцыя на вось Ox $F_{\text{знеш}\,x} = 0$, і з роўнасці (1) вынікае: $\Delta p_{\text{сіст}\,x} = F_{\text{знеш}\,x}\Delta t = 0$. Значыць, праекцыя імпульсу сістэмы на вось, перпендыкулярную да знешняй сілы, не змяняецца:

$$p_{\text{сіст}\,x} = p'_{\text{сіст}\,x}. \qquad (4)$$

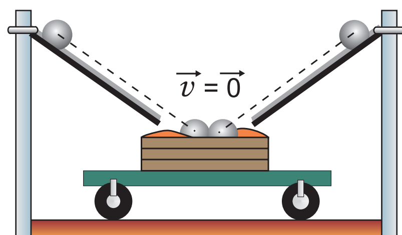
Пацвердзім закон захавання імпульсу эксперыментальна. Правядзём дослед з сістэмай, якая складаецца з цялежкі з замацаванай на ёй скрынкай з пяском і шара (мал. 217). Пусцім па нахіленым жолабе шар так, каб ён трапіў у скрынку з пяском. Цялежка пачне рухацца ў той бок, куды рухаўся шар.



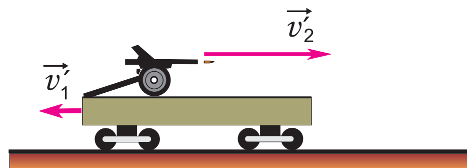
Мал. 216



Мал. 217



Мал. 218



Мал. 219

У наступным доследзе на цялежку, якая знаходзіцца ў спакоі, па двух аднолькавых нахіленых жолабах (мал. 218) з аднолькавых вышынь скочваюцца два аднолькавыя шары. Яны адначасова трапляюць у пясок. Цялежка застаецца ў стане спакою.

Растлумачце самастойна рэзультаты гэтых доследаў. Ці былі сістэмы цел замкнутымі? Як прымяніць да гэтых сістэм закон захавання імпульсу?

Разгледзім яшчэ адзін прыклад.

На гарызантальных чыгуначных рэйках знаходзіцца платформа з замацаванай на ёй артылерыйскай гарматай (мал. 219). Ствол гарматы гарызантальны. Гармата зрабіла выстрал. У выніку гэтага платформа пакацілася ў бок, процілеглы да напрамку выстралу. Як растлумачыць гэту з'яву?

Сіла цяжару, што дзейнічае на платформу з гарматай, кампенсавана сілай нармальнай рэакцыі рэек. Трэнне качэння можна не прымаць у разлік. Значыць, выніковая знешніх сіл $\vec{F}_{\text{знеш}} = 0$. Таму да сістэмы (платформа з гарматай і снарад) можна прымяніць закон захавання імпульсу. Да выстралу імпульс сістэмы быў роўны нулю. Прыраўнаваўшы да нуля сумарны імпульс цел сістэмы пасля выстралу, атрымаем:

$$m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2' = \vec{0}, \quad (5)$$

дзе m_1 — маса платформы з гарматай, m_2 — маса снарада, а $\vec{v}_1'$ і $\vec{v}_2'$ — скорасці іх руху адносна Зямлі пасля выстралу. З роўнасці (5) лёгка знайсці скорасць платформы пасля выстралу:

$$\vec{v}_1' = -\frac{m_2}{m_1}\vec{v}_2'. \quad (6)$$

Модуль гэтай скорасці

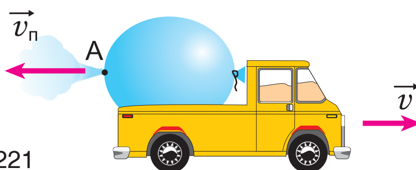
$$v_1' = \frac{m_2}{m_1}v_2'. \quad (7)$$

Платформа пачала рухацца з-за «аддачы» пры выстрале, г. зн. з-за таго, што парахавыя газы дзейнічалі як на снарад, так і на гармату (гл. мал. 219). Хоць мы не ведаем, чаму роўна гэта сіла, з дапамогай закону захавання імпульсу мы змаглі знайсці скорасць руху платформы.

З-за «аддачы» набірае скорасць ракета (мал. 220). Яна выштурхвае з сапла газападобныя прадукты згарання паліва з велізарнай скорасцю $\left(\text{каля } 3\text{-}4\ \frac{\text{км}}{\text{с}}\right)$.



Мал. 220



Мал. 221

Рух ракеты з'яўляецца прыкладам *рэактыўнага руху*.

Рэактыўным называецца рух, які ўзнікае пры аддзяленні ад сістэмы якой-небудзь яе часткі з некаторай скорасцю.

Рэактыўны рух можна паказаць на простым доследзе. Да цацачнага аўтамабіля прымацуем паветраны шарык (мал. 221). Праколем шарык у пункце *A* іголкай. З шарыка пачне струменем вырывацца паветра, і аўтамабіль пачне рухацца.

Якую скорасць набудзе ракета, што знаходзіцца ў стане спакою і выкідвае порцыю газу масай m са скорасцю $\vec{v}_г$? Адказ можна атрымаць тым жа спосабам, што і ў прыкладзе з выстралам з гарматы. Модуль скорасці ракеты $\vec{v}_р$ будзе роўны:

$$v_p = \frac{m}{M} v_г, \qquad (8)$$

дзе M — маса ракеты з часткай паліва, што засталася. Значыць, ракета набывае тым большую скорасць, чым большы модуль скорасці $v_г$ выцякання газаў з яе сапла і чым меншая маса M.

Калі ракета многаступеньчатая, то па меры выгарання паліва ў ступенях іх па чарзе аддзяляюць. Памяншэнне масы ракеты робіць больш лёгкім яе разгон да неабходнай скорасці. Многаступеньчатыя ракеты выкарыстоўваюцца для вываду на арбіту штучных спадарожнікаў Зямлі. З іх дапамогай даследуецца каляземная і міжпланетная касмічная прастора.

Рэактыўныя рухавікі выкарыстоўваюцца і ў ракетах, прызначаных для ваенных мэт, і ў сучасных хуткасных самалётах.

Ідэя выкарыстання ракет для касмічных палётаў развівалася ўжо на пачатку XX ст. Рускі вучоны К. Э. Цыялкоўскі (1857—1935) распрацаваў схему многаступеньчатай ракеты, разгледзеў уплыванне атмасферы на палёт ракеты, ацаніў неабходныя запасы паліва для выхаду ракеты ў касмічную прастору. Цыялкоўскаму належыць таксама ідэя стварэння каляземных станцый.

Гэтыя ідэі былі рэалізаваны ў другой палове XX ст. Пад кіраўніцтвам выдатнага канструктара ракетна-касмічных сістэм С. П. Каралёва (1906—1966)

4 кастрычніка 1957 г. у СССР быў запушчаны першы ў гісторыі чалавецтва штучны спадарожнік Зямлі. У 1961 г. быў здзейснены першы палёт чалавека ў касмічную прастору — 12 красавіка Ю. А. Гагарын абляцеў зямны шар на караблі «Усход». У 1969 г. амерыканскія астранаўты Н. Армстранг і Э. Олдрын упершыню трапілі на паверхню Месяца. Ракетна-касмічныя даследаванні сталі неад'емнай часткай сучаснай цывілізацыі.

Беларусь актыўна ўдзельнічае ў касмічных даследаваннях, у іх выкарыстанні для навуковых і практычных мэт.

Сярод касманаўтаў ёсць ураджэнцы Беларусі: лётчыкі-касманаўты, двойчы героі Савецкага Саюза П. І. Клімук і У. В. Кавалёнак.

Галоўныя вывады

1. Калі сума знешніх сіл, што дзейнічаюць на сістэму, роўна нулю, то імпульс сістэмы захоўваецца.

2. Закон захавання імпульсу можна прымяніць да незамкнутых сістэм, калі змяненне імпульсу сістэмы пад дзеяннем знешніх сіл можна не прымаць у разлік.

3. Калі праекцыя на некаторую вось сумы знешніх сіл, што дзейнічаюць на сістэму, роўна нулю, то праекцыя імпульсу сістэмы на гэту вось захоўваецца.

4. Для стварэння рэактыўнага руху не патрабуецца дзеяння знешніх сіл. Імпульс цела пры рэактыўным руху ствараецца ў выніку дзеяння на яго частак, якія ад цела аддзяляюцца.

Кантрольныя пытанні

1. Што адбудзецца з імпульсам сістэмы, калі на яе не будуць дзейнічаць знешнія сілы?
2. У якіх выпадках да незамкнутай сістэмы можна прымяняць закон захавання імпульсу?
3. Які рух называюць рэактыўным? Прывядзіце прыклады.
4. З-за чаго павялічваецца скорасць ракеты ў працэсе яе руху?
5. Чаму для запуску касмічных караблёў выкарыстоўваюцца многаступеньчатыя ракеты?

Прыклады рашэння задач

1. Два вагоны масамі $m_1 = 10$ т і $m_2 = 20$ т рухаліся па гарызантальным участку шляху насустрач адзін аднаму. Модулі скорасці руху вагонаў адпаведна $v_1 = 0{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$ і $v_2 = 1{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Вызначце модуль скорасці руху вагонаў пасля спрацоўвання аўтасчэпкі.

Дадзена:

$m_1 = 10$ т $= 1{,}0 \cdot 10^4$ кг

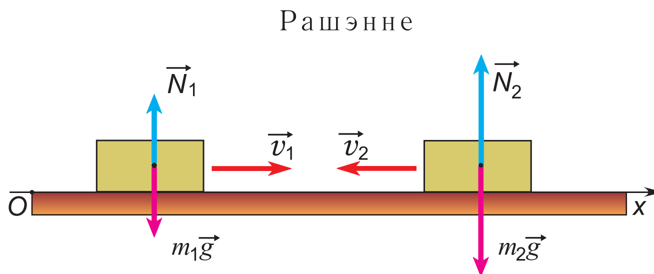
$m_2 = 20$ т $= 2{,}0 \cdot 10^4$ кг

$v_1 = 0{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$v_2 = 1{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

v — ?

Рашэнне



Мал. 222

На сістэму (мал. 222) дзейнічаюць знешнія сілы: сілы цяжару $m_1\vec{g}$ і $m_2\vec{g}$ і сілы рэакцыі $\vec{N}_1$ і $\vec{N}_2$, што іх кампенсуюць. Сіла трэння качэння нязначная, яе можна не прымаць у разлік. У выніку сума знешніх сіл, што дзейнічаюць на вагоны, роўна нулю. Значыць, да сістэмы з двух вагонаў можна прымяніць закон захавання імпульсу:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v}.$$

Тут $\vec{v}$ — скорасць вагонаў пасля счэпкі. У праекцыі на вось Ox атрымаем:

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2)v_x.$$

Адсюль

$$v_x = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2};$$

$$v_x = \frac{1{,}0 \cdot 10^4\ \text{кг} \cdot 0{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}} - 2{,}0 \cdot 10^4\ \text{кг} \cdot 1{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}}{(1{,}0 + 2{,}0) \cdot 10^4\ \text{кг}} = \frac{0{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}} - 2{,}0\frac{\text{м}}{\text{с}}}{3{,}0} = -0{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Знак «–» паказвае на тое, што пасля аўтасчэпкі вагоны будуць рухацца процілегла напрамку восі Ox.

Адказ: $v = 0{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

2. Снарад, які вылецеў з гарматы пад вуглом да гарызонту, разарваўся ў верхнім пункце траекторыі, маючы скорасць, модуль якой $v = 100\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Адносіна мас асколкаў $\frac{m_2}{m_1} = 3$. Меншы з асколкаў паляцеў гарызантальна ў адваротным напрамку са скорасцю, модуль якой $v_1 = 200\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Вызначце модуль скорасці і напрамак руху большага асколка адразу пасля разрыву снарада.

Дадзена:
$v = 100\ \frac{м}{с}$
$\frac{m_2}{m_1} = 3$
$v_1 = 200\ \frac{м}{с}$
v_2 — ?

Рашэнне

Снарад, які змяшчае два асколкі, не з'яўляецца замкнутай сістэмай, паколькі дзейнічае знешняя сіла — сіла цяжару. Аднак унутраная сіла $\vec{F}$, якая разарвала снарад на асколкі, шмат большая за знешнюю сілу $m\vec{g}$. Таму да сістэмы можна прымяніць закон захавання імпульсу:

$$m\vec{v} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2. \quad (1)$$

Паколькі па ўмове $m_1 + m_2 = m$; $m_2 = 3m_1$, то $m = 4\ m_1$.

Падставім m у формулу (1): $4m_1\vec{v} = m_1\vec{v}_1 + 3m_1\vec{v}_2$. Адкуль: $4\vec{v} = \vec{v}_1 + 3\vec{v}_2$.

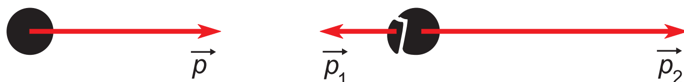
У праекцыі на вось Ox: $4v = -v_1 + 3v_{2x}$. У выніку:

$$v_{2x} = \frac{4v + v_1}{3} = \frac{4 \cdot 100\ \frac{м}{с} + 200\ \frac{м}{с}}{3} = 200\ \frac{м}{с}.$$

Адказ: большы асколак рухаецца ў напрамку снарада са скорасцю, модуль якой $v_2 = 200\ \frac{м}{с}$.

Праверым адказ.

Імпульс снарада $\vec{p} = 4m_1\vec{v}$, імпульс меншага асколка $\vec{p}_1 = m_1\vec{v}_1 = 2m_1\vec{v}$, паколькі $v_1 = 2v$. Пакажам імпульсы на малюнку 223.



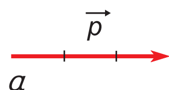
Мал. 223

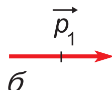
З малюнка відаць, што сумарны імпульс асколкаў $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}$.

Практыкаванне 21

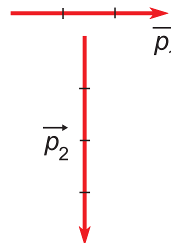
1. На малюнку 224, *а* паказаны імпульс $\vec{p}$ замкнутай сістэмы з двух цел, якія ўзаемадзейнічаюць, у момант часу t_1. У момант часу t_2 імпульс першага цела роўны $\vec{p}_1$ (мал. 224, *б*). Пакажыце імпульс другога цела сістэмы. Якім будзе імпульс другога цела, калі імпульс $\vec{p}_1$ накіраваць процілегла $\vec{p}$?

2. Імпульсы цел замкнутай сістэмы ў момант часу t паказаны на малюнку 225. Які імпульс сістэмы ў момант часу $t_1 > t$? У момант часу $t_2 < t$?





Мал. 224



Мал. 225

3. Лодка масай $m_1 = 100$ кг рухаецца па возеры з пастаяннай скорасцю, модуль якой $v_1 = 1{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. З лодкі саскоквае хлопчык масай $m_2 = 40$ кг. Вызначце модуль скорасці і напрамак руху лодкі пасля скачка хлопчыка, калі ён саскоквае: а) з носа лодкі ў напрамку яе руху са скорасцю, модуль якой $v_2 = 2{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$; б) гэтак жа, як і ў выпадку а), але пры $v_2 = 6{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$; в) з кармы ў процілеглым руху лодкі напрамку пры $v_2 = 2{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Вызначце напрамак і модуль скорасці, з якой павінен скокнуць хлопчык, каб лодка спынілася. Усе скорасці разглядаюцца ў сістэме адліку «бераг». Сілу супраціўлення вады не прымаць у разлік.

4. На возеры знаходзіцца плыт масай $m_1 = 300$ кг. На адным краі плыта стаіць чалавек масай $m_2 = 60$ кг. Вызначце адлегласць, на якую адносна берага перамесціцца плыт, калі чалавек пройдзе па плыце шлях $s = 6$ м. У пачатковы момант скорасць плыта была роўна нулю. Сілу супраціўлення вады не прымаць у разлік.

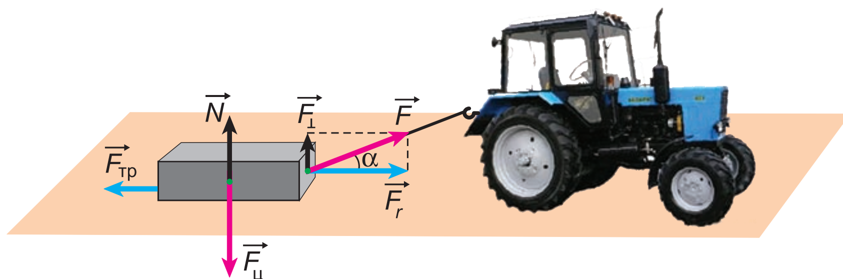
5. Зенітны снарад, выпушчаны вертыкальна ўверх, дасягнуў максімальнай вышыні і ўзарваўся. Пры гэтым утварыліся тры асколкі аднолькавай масы. Два асколкі разляцеліся сіметрычна пад вуглом $\alpha = 60°$ да напрамку палёту снарада са скарасцямі, модулі якіх $v_1 = v_2 = 300\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Вызначце модуль і напрамак скорасці трэцяга асколка.

§ 29. Работа сілы. Магутнасць

У штодзённым жыцці мы гаворым: разумовая работа, работа над памылкамі, кантрольная работа і г. д. У фізіцы слова «работа» мае строга пэўны сэнс. У 7-м класе вы даведаліся, як вызначыць работу сілы, напрамак якой супадае з напрамкам руху цела. Для гэтага модуль сілы трэба памножыць на модуль перамяшчэння ($A = F \cdot \Delta r$). *А калі сіла накіравана пад вуглом да перамяшчэння?*

Разгледзім прыклад. Трактар з дапамогай троса перамяшчае бетонны блок (мал. 226). На блок дзейнічаюць сіла цяжару $\vec{F}_{\text{ц}}$, сіла нармальнай рэакцыі $\vec{N}$ паверхні, сіла трэння $\vec{F}_{\text{тр}}$ і сіла нацяжэння троса $\vec{F}$. Сіла $\vec{F}$ пастаянная і накіравана пад вуглом α да перамяшчэння $\Delta\vec{r}$ блока. Як вызначаецца работа гэтай сілы? Раскладзём сілу $\vec{F}$ на дзве складальныя: $\vec{F}_r$ і $\vec{F}_\perp$ (гл. мал. 226). Перамяшчэнне блока выклікана складальнай $\vec{F}_r$. Сіла $\vec{F}_\perp$, перпендыкулярная да перамяшчэння, работы не выконвае. Значыць, работа сілы $\vec{F}$ роўна рабоце яе складальнай $\vec{F}_r$:

$$A = F_r \cdot \Delta r, \tag{1}$$



Мал. 226

дзе F_r — праекцыя сілы $\vec{F}$ на напрамак перамяшчэння $\Delta\vec{r}$. Паколькі $F_r = F \cos\alpha$ (гл. мал. 226), то работа

$$A = F \cdot \Delta r \cdot \cos\alpha. \quad (2)$$

Работа сілы, якая дзейнічае на цела, роўна здабытку модуля сілы, модуля перамяшчэння цела і косінуса вугла паміж напрамкамі сілы і перамяшчэння.

На крывалінейным участку руху і пры непастаяннай сіле работу можна вызначыць, падсумоўваючы работы на невялікіх перамяшчэннях. На кожным з іх работу можна знаходзіць па формуле (2).

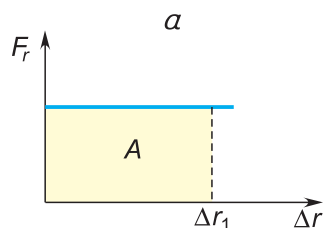
Работа — скалярная велічыня. Адзінкай работы ў СІ з'яўляецца *1 джоўль* (1 Дж). **1 джоўль роўны рабоце, якая выконваецца сілай 1 ньютан пры перамяшчэнні цела на 1 метр у напрамку гэтай сілы (1 Дж = 1 Н · м).**

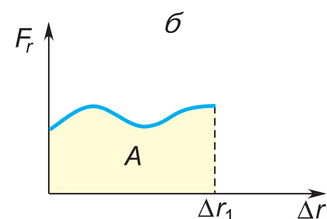
Работа сілы можа быць дадатнай, адмоўнай або роўнай нулю ў залежнасці ад вугла паміж напрамкамі сілы і перамяшчэння. Па формуле (2):

- пры $0 \leqslant \alpha < 90°$, $\cos\alpha > 0$, $A > 0$ — работа дадатная;
- пры $\alpha = 90°$, $\cos\alpha = 0$, $A = 0$ — сілы, перпендыкулярныя да перамяшчэння, работы не выконваюць;
- пры $90° < \alpha \leqslant 180°$, $\cos\alpha < 0$, $A < 0$ — работа адмоўная.

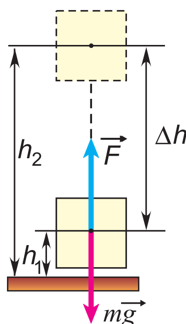
Адкажыце самастойна: дадатная, адмоўная ці роўна нулю работа кожнай з сіл $\vec{F}_ц$, $\vec{N}$ і $\vec{F}_{тр}$ (гл. мал. 226)?

Пабудуем графік залежнасці праекцыі сілы F_r ад модуля перамяшчэння Δr пры $F_r = \text{const}$ (мал. 227, *а*). Плошча замаляванага прамавугольніка лікава роўна рабоце гэтай сілы, выкананай пры перамяшчэнні Δr_1.





Мал. 227



Мал. 228

А калі сіла — пераменная велічыня?

У гэтым выпадку работа сілы вызначаецца плошчай фігуры пад графікам залежнасці F_r ад модуля перамяшчэння (мал. 227, *б*).

Разгледзім два практычна важныя прыклады вылічэння работы.

1. Работа па пад'ёме цела. Цела масай m раўнамерна падымаюць уверх. Для гэтага да яго прыкладваюць сілу $\vec{F}$, якая кампенсуе сілу цяжару $m\vec{g}$ (мал. 228). Работа сілы $\vec{F}$ пры пад'ёме грузу з вышыні h_1 да вышыні h_2 роўна

$$A = mg\Delta h = mgh_2 - mgh_1. \qquad (3)$$

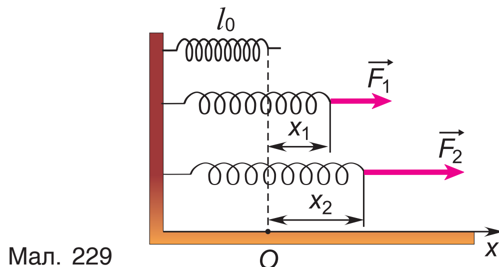
Гэта мінімальная работа знешняй сілы, неабходная для пад'ёму цела на вышыню Δh.

2. Работа па дэфармацыі спружыны. Няхай пачатковая дэфармацыя спружыны роўна x_1 (мал. 229). Якую мінімальную работу павінна выканаць знешняя сіла $\vec{F}$ для таго, каб павялічыць расцяжэнне спружыны ад x_1 да x_2? Сіла $\vec{F}$, якая дэфармуе (расцягвае) спружыну, кампенсуе сілу пругкасці. Па законе Гука праекцыя сілы пругкасці $F_{\text{пр}\,x} = -kx$. Значыць, праекцыя дэфармуючай сілы $F_x = kx$. Яе работа пры змяненні дэфармацыі спружыны ад x_1 да x_2 лікава роўна плошчы *ABCD* (мал. 230) пад графікам залежнасці $F_x(x)$.

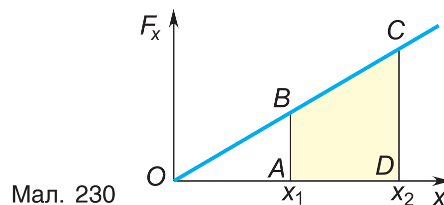
Яе лёгка знайсці як рознасць плошчаў трохвугольнікаў *OCD* і *OBA*, дзе $S_{\triangle OCD} = \frac{1}{2}OD \cdot CD = \frac{kx_2 \cdot x_2}{2} = \frac{kx_2^2}{2}$, і аналагічна, $S_{\triangle OBA} = \frac{kx_1^2}{2}$. Такім чынам, шуканая работа

$$A = \frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2}. \qquad (4)$$

Формула (4) выконваецца пры любых пачатковых і канечных пругкіх дэфармацыях (пры любых знаках x_1 і x_2). У прыватнасці, работа, неабходная для сціскання або расцяжэння недэфармаванай спружыны, $A = \frac{kx^2}{2}$.



Мал. 229



Мал. 230

Работа сілы залежыць ад выбару сістэмы адліку. Разгледзім прыклад. Вы знаходзіцеся ў кабіне ліфта, які рухаецца. Ці выконвае работу сіла цяжару, што дзейнічае на вас? Так, калі вызначаць работу гэтай сілы ў сістэме адліку, звязанай з Зямлёй. Не, калі ў сістэме адліку, звязанай з ліфтам. Чаму гэта так? Адкажыце самастойна.

Хуткасць выканання работы характарызуе вядомая вам з 7-га класа велічыня — *магутнасць*.

Магутнасцю называюць фізічную велічыню, лікава роўную рабоце, выкананай за адзінку часу:

$$\boldsymbol{P} = \frac{\boldsymbol{A}}{\Delta t}. \quad (5)$$

Адзінкай магутнасці ў СІ з'яўляецца *1 ват* (1 Вт). **1 ват — гэта магутнасць, пры якой работа ў 1 джоўль выконваецца за 1 секунду.**

Выкарыстоўваюцца кратныя адзінкі магутнасці: кілаваты (1 кВт = 1000 Вт), мегаваты (1 МВт = $1 \cdot 10^6$ Вт). Магутнасць рухавікоў аўтамабіляў да гэтага часу выражаюць у конскіх сілах (к. с.); 1 к. с. ≈ 736 Вт.

Работу можна выразіць праз магутнасць і час: $A = P \cdot \Delta t$. У сувязі з гэтым у якасці адзінкі работы шырока выкарыстоўваецца *1 кілават-гадзіна* (1 кВт · г); 1 кВт · г = 3 600 000 Дж.

Магутнасць можна звязаць са скорасцю руху цела. Паколькі работа $A = F_r \cdot \Delta r$, а магутнасць $P = \frac{A}{\Delta t}$, то $P = \frac{F_r \cdot \Delta r}{\Delta t}$. Адносіна $\frac{\Delta r}{\Delta t}$ роўна модулю сярэдняй скорасці. У выніку:

$$\boldsymbol{P = F_r \cdot v}. \quad (6)$$

Формулы (5) і (6) вызначаюць сярэднюю магутнасць за прамежак часу Δt. Па формуле (6) можна знайсці і імгненную магутнасць. Для гэтага велічыню v трэба разумець як модуль імгненнай скорасці.

Суадносіна (6) паказвае, што пры адной і той жа магутнасці рухавіка можна:

• або дасягнуць вялікай скорасці, пераадольваючы параўнальна нязначнае супраціўленне руху (аўтамабіль пры руху па шашы) (мал. 231, *а*);



Мал. 231

• або пераадольваць вялікае супраціўленне, рухаючыся з невялікай скорасцю (трактар пры ўзорванні поля) (мал. 231, *б*).

Галоўныя вывады

1. Работа сілы роўна здабытку модуля сілы, модуля перамяшчэння і косінуса вугла паміж імі.

2. Калі вугал паміж сілай і перамяшчэннем $\alpha < 90°$, то работа сілы дадатная; калі $90° < \alpha \leqslant 180°$, то адмоўная.

3. Сілы, перпендыкулярныя да перамяшчэння цела, работу не выконваюць.

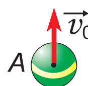
4. Работа, выкананая за адзінку часу, вызначае магутнасць.

5. Пры зададзенай магутнасці можна або пераадолець вялікае супраціўленне руху пры малой скорасці, або развіць вялікую скорасць пры нязначным супраціўленні.

Кантрольныя пытанні

1. Дадатнай ці адмоўнай будзе работа сілы цяжару, якая дзейнічае на цела, што рухаецца ўверх? Падае ўніз?
2. Чаму роўна сумарная работа, якую выканала сіла цяжару, што дзейнічае на мяч, пры яго руху з пункта *A* уверх у пункт *B* (мал. 232) і назад?
3. Дадатнай ці адмоўнай будзе работа сілы супраціўлення пры руху мяча ўверх і назад (гл. мал. 232)? Чаму?
4. Ці выконвае работу нармальная складальная сілы рэакцыі паверхні, якая дзейнічае на цела, што рухаецца па гэтай паверхні? Чаму?
5. Ці можна пры зададзенай магутнасці выйграць і ў сіле, і ў скорасці адначасова?





Мал. 232

Прыклады рашэння задач

1. З калодзежа глыбінёй $l = 12$ м раўнамерна падымаюць вядро вады масай $m_1 = 10$ кг з дапамогай каната, кожны метр якога мае масу $m_0 = 0{,}20$ кг. Вызначце выкананую пры гэтым работу. Прыняць $g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Дадзена:

$m_1 = 10$ кг
$l = 12$ м
$m_0 = 0{,}20$ кг
$l_0 = 1{,}0$ м
$g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

A — ?

Рашэнне

Пры падыманні вядра выконваецца работа супраць сіл цяжару, што дзейнічаюць на вядро і канат. Велічыня сілы цяжару, прыкладзеная да часткі каната, што падымаецца, змяняецца ад максімальнага значэння $m_0 \frac{l}{l_0} g$ да нуля (калі ўвесь канат выцягнуты з калодзежа). Работу па пад'ёме можна выразіць праз сярэдняе значэнне сілы:

$$A = \langle F \rangle l = \left(m_1 g + \frac{m_0}{2l_0} lg\right) l.$$

$$A = 10\ \text{кг} \cdot 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 12\ \text{м} + \frac{0{,}20\ \text{кг} \cdot 12\ \text{м} \cdot 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 12\ \text{м}}{2 \cdot 1{,}0\ \text{м}} = 1344\ \text{Дж} = 1{,}3\ \text{кДж}.$$

Адказ: $A = 1{,}3$ кДж.

2. Аўтамабіль масай $m = 2{,}0$ т, які развівае магутнасць $P = 40$ к. с., падымаецца ўгару з пастаяннай скорасцю, модуль якой $v = 3{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Вызначце вугал нахілу гары да гарызонту. Сілу супраціўлення руху не прымаць у разлік. Прыняць $g = 10\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Дадзена:

$m = 2{,}0\ \text{т} = 2{,}0 \cdot 10^3$ кг

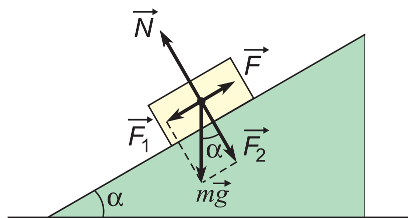
$P = 40$ к. с. $= 2{,}9 \cdot 10^4$ Вт

$v = 3{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

α — ?

Рашэнне



Мал. 233

Магутнасць рухавіка $P = Fv$. Модуль сілы F (мал. 233), якая рухае аўтамабіль, роўны модулю складальнай сілы цяжару: $F_1 = mg\sin\alpha$. Тады магутнасць $P = mgv\sin\alpha$.

Значыць,

$$\sin\alpha = \frac{P}{mgv} = \frac{2{,}9 \cdot 10^4\ \text{Вт}}{2{,}0 \cdot 10^3\ \text{кг} \cdot 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 3{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}} \approx 0{,}5.$$

Адказ: $\alpha \approx 30°$.

Практыкаванне 22

1. Якую работу па пад'ёме штангі масай $m = 200$ кг на вышыню $h = 2{,}00$ м выканала сіла мускулаў цяжкаатлета? Якая работа сілы цяжару, што дзейнічае на штангу? Паскарэнне свабоднага падзення ў гэтай і наступных задачах прыняць роўным $g = 10\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

2. Вызначце сілу, з якой хлопчык перамясціў цялежку на адлегласць $l = 20{,}0$ м. Сіла пастаянная і накіравана пад вуглом $\alpha = 30°$ да гарызонту. Работа, якую выканала сіла, роўна $A = 1{,}73$ кДж.

3. Шарык масай $m = 300$ г скочваецца па нахіленым жолабе даўжынёй $l = 1{,}6$ м з верхняга пункта жолаба. Пры гэтым сіла цяжару выканала работу $A = 2{,}4$ Дж. Вызначце вугал нахілу жолаба да гарызонту.

4. Поезд, які рухаецца са скорасцю, модуль якой $v = 20{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, пачынае тармазіць. Сіла тармажэння пастаянная, яе модуль $F = 500$ кН. Да поўнага спынення поезд праходзіць шлях $s = 400$ м. Вызначце масу поезда і работу сілы тармажэння.

5. Шафу масай $m = 100$ кг неабходна перасунуць на адлегласць $l = 3{,}0$ м. Каэфіцыент трэння слізгання шафы па падлозе $\mu = 0{,}20$. Вызначце мінімальную работу, якую пры гэтым неабходна выканаць.

6. Чаму вадзіцелі нагружаных аўтамабіляў пераадольваюць крутыя пад'ёмы на малых скарасцях?

7. Паддон з цэглай масай $m = 800$ кг раўнамерна падымаюць кранам на дзявяты паверх дома, што будуецца. Вышыня аднаго паверха $h_0 = 3{,}5$ м. Модуль скорасці пад'ёму $v = 0{,}20\ \frac{м}{с}$. Вызначце работу, якую выконваюць сілы нацяжэння троса крана пры пад'ёме гэтага паддона. Якая пры гэтым развіваецца магутнасць?



8. Вызначце работу сілы, якая падымае груз масай $m = 40$ кг на вышыню $h = 15$ м з паскарэннем, накіраваным вертыкальна ўверх. Модуль паскарэння $a = 0{,}6\ \frac{м}{с^2}$. Якую магутнасць развівае гэта сіла ў канцы пад'ёму?

§ 30. Патэнцыяльная энергія

Вы ўжо ведаеце, што для пад'ёму цела на некаторую вышыню і для дэфармацыі цела знешняя сіла павінна выканаць работу. Ці можна «назапасіць» гэту работу і выкарыстаць яе праз нейкі час?

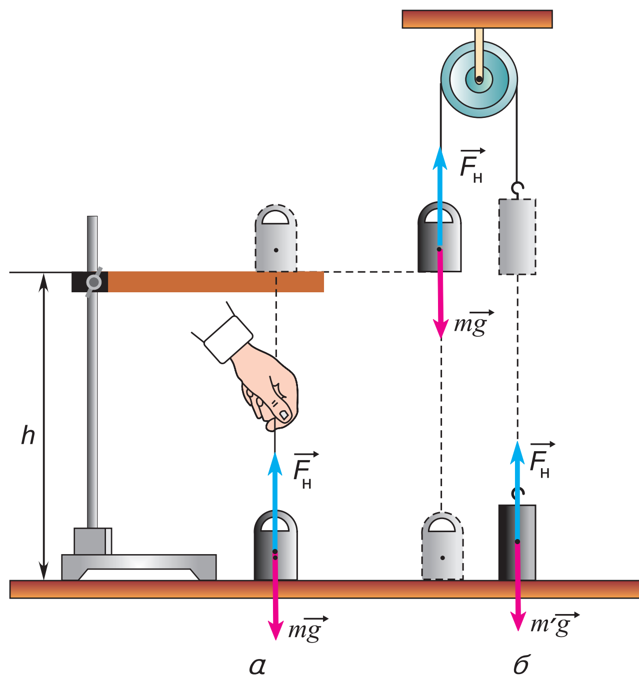
Правядзём дослед. Перамесцім гіру масай m з паверхні стала на гарызантальную апору, якая знаходзіцца на вышыні h (мал. 234, *а*). а) Сіла нацяжэння ніткі $\vec{F}_н$ выканае работу над гірай. Гэта работа не прападзе бясследна. З дапамогай блока і ніткі злучым гіру з бруском масай $m' \approx m$ (мал. 234, *б*). Гіра вернецца на зыходны ўзровень, а брусок падымецца.

За кошт чаго выконваецца работа па пад'ёме бруска? За кошт работы, якую выконвае над гірай сіла цяжару $m\vec{g}$ (гл. мал. 234, *б*). Яна з'яўляецца сілай узаемадзеяння сістэмы «Зямля — гіра». Значыць, здольнасцю выконваць работу валодае не гіра сама па сабе, а механічная сістэма «Зямля — гіра». Гэта здольнасць тым большая, чым вышэй паднята гіра, чым большую работу могуць выканаць сілы ўзаемадзеяння цел сістэмы пры вяртанні гіры на зыходны ўзровень.

Каб ахарактарызаваць колькасна здольнасць сіл узаемадзеяння механічнай сістэмы выконваць работу, уводзіцца фізічная велічыня, называемая ***патэнцыяльнай энергіяй***.

Патэнцыяльная энергія вымяраецца ў тых жа адзінках, што і работа (у СІ — у *джоўлях*).

Як вызначаюць патэнцыяльную энергію механічных сістэм?



Мал. 234

Перш-наперш трэба выбраць стан сістэмы, у якім патэнцыяльная энергія роўна нулю (нулявы ўзровень патэнцыяльнай энергіі).

Так, патэнцыяльную энергію сістэмы «Зямля — гіра» будзем лічыць роўнай нулю для стану, у якім гіра знаходзіцца на паверхні стала.

Далей трэба знайсці работу сіл узаемадзеяння цел сістэмы, якая выконваецца пры яе пераходзе з разглядаемага стану на нулявы ўзровень. Гэта работа і вызначае патэнцыяльную энергію сістэмы.

Для сістэмы «Зямля — гіра» патэнцыяльная энергія будзе роўна рабоце сілы цяжару $m\vec{g}$, выкананай пры перамяшчэнні гіры з узроўню h на нулявы ўзровень (на паверхню стала) (гл. мал. 234, *б*). З малюнка відаць, што гэта работа роўна mgh.

Такім чынам, патэнцыяльная энергія гравітацыйнага ўзаемадзеяння цела масай m з Зямлёй:

$$\boldsymbol{E_п = mgh.} \tag{1}$$

Калі цела нельга лічыць матэрыяльным пунктам, то пад h трэба разумець вышыню, на якой знаходзіцца яго цэнтр цяжару.

Формула (1) справядліва толькі для вышынь, нязначных у параўнанні з радыусам Зямлі ($h \ll R_З$).

Вызначым цяпер патэнцыяльную энергію пругка дэфармаванага цела.

Разгледзім пругкую дэфармацыю спружыны жорсткасцю k (гл. мал. 229). Прымем, што пры адсутнасці дэфармацыі яе патэнцыяльная энергія роўна нулю. Мы ведаем (гл. § 29), што работа знешняй сілы па расцяжэнні або сцісканні спружыны з недэфармаванага стану $A = \frac{kx^2}{2}$, дзе $x = l - l_0$ — дэфармацыя спружыны. Такую ж работу выканаюць і сілы пругкасці (г. зн. сілы ўзаемадзеяння частак спружыны) пры вяртанні спружыны ў недэфармаваны стан. Значыць, патэнцыяльная энергія дэфармаванай спружыны:

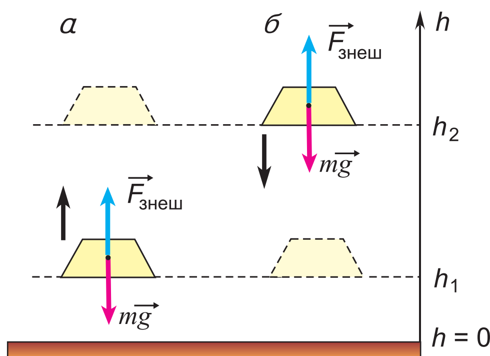
$$\boldsymbol{E_п = \frac{kx^2}{2}}. \qquad (2)$$

Формула (2) вызначае **патэнцыяльную энергію любога пругкага цела пры дэфармацыях сціскання ці расцяжэння.**

Формулы (1) і (2) паказваюць, што патэнцыяльная энергія залежыць або ад адлегласці паміж целамі, якія ўзаемадзейнічаюць, або ад узаемнага размяшчэння частак аднаго цела. Гэтыя формулы адрозніваюцца адна ад адной, паколькі апісваюць патэнцыяльныя энергіі розных сіл узаемадзеяння. Аднак у абодвух выпадках **патэнцыяльная энергія роўна рабоце сіл узаемадзеяння, якая выконваецца пры пераходзе сістэмы з дадзенага стану ў стан з нулявым значэннем патэнцыяльнай энергіі**.

Змяненне патэнцыяльнай энергіі $\Delta E_п$ звязана з работай знешняй сілы $A_{знеш}$ і з работай сіл узаемадзеяння $A_{узаем}$. Прасочым за гэтай сувяззю на прыкладзе сістэмы «Зямля — груз» (мал. 235).

Няхай знешняя сіла падымае груз масай m (гл. мал. 235, a) з узроўню h_1 на ўзровень h_2. Яе работа $A_{знеш} = F_{знеш}(h_2 - h_1)$ дадатная. Дадатнае і змяненне патэнцыяльнай энергіі $\Delta E_п = mg(h_2 - h_1)$.



Мал. 235

Значыць, **калі работа знешняй сілы дадатная, то патэнцыяльная энергія сістэмы павялічваецца**.

Работа сілы ўзаемадзеяння (сілы цяжару, што дзейнічае на груз) пры пад'ёме грузу адмоўная $A_{узаем} = -mg(h_2 - h_1)$. Яна роўна змяненню патэнцыяльнай энергіі, узятай са знакам «мінус»:

$$A_{узаем} = -\Delta E_п.$$

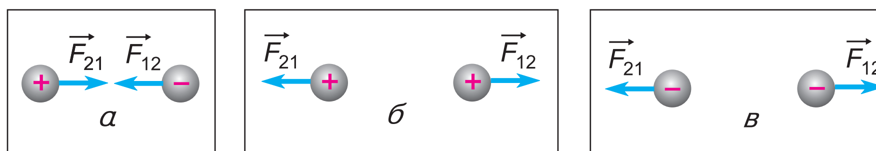
Пры руху грузу ўніз (гл. мал. 235, *б*) работа сілы цяжару дадатная, а патэнцыяльная энергія спадае. Значыць, **калі работа сіл узаемадзеяння дадатная, то патэнцыяльная энергія памяншаецца**.

Ва ўсіх выпадках работа знешняй сілы $A_{знеш}$, работа сіл узаемадзеяння $A_{узаем}$ і змяненне патэнцыяльнай энергіі звязаны суадносінамі:

$$\boldsymbol{A_{знеш} = \Delta E_п; \qquad A_{узаем} = -\,\Delta E_п.} \qquad (3)$$

Тут $A_{знеш}$ азначае мінімальную работу знешніх сіл, неабходную для змянення $\Delta E_п$ патэнцыяльнай энергіі.

Патэнцыяльнай энергіяй валодае любая сістэма з двух цел, якія ўзаемна прыцягваюцца або адштурхваюцца. Разгледзім малюнак 236.



Мал. 236

Як трэба змяніць адлегласць паміж целамі, што ўзаемадзейнічаюць (павялічыць або паменшыць яе), каб патэнцыяльная энергія сістэмы павялічылася? Адкажыце на гэта пытанне для кожнай пары электрычна зараджаных цел (гл. мал. 236, *а*, *б*, *в*). Для адказу няма неабходнасці ведаць формулу для патэнцыяльнай энергіі ўзаемадзеяння электрычных зарадаў. Дастаткова прымяніць суадносіны ўзаемадзеяння электрычных зарадаў (3).

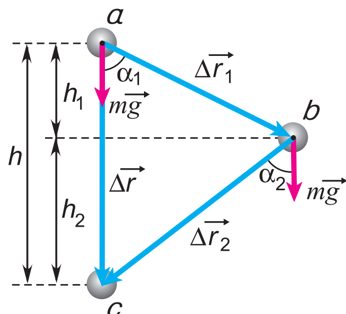
Разгледзім яшчэ два пытанні.

1. Патэнцыяльную энергію якога стану сістэмы можна лічыць роўнай нулю?

Ад выбару нулявога ўзроўню залежыць значэнне патэнцыяльнай энергіі, але не залежыць яе змяненне $\Delta E_п = E_{п2} - E_{п1}$. Значыць, ад выбару нулявога ўзроўню не залежыць і работа, якая пры гэтым выконваецца. Таму **лічыць роўнай нулю можна патэнцыяльную энергію любога яе стану**. Такім чынам, за нулявы ўзровень можна выбіраць той, які найбольш зручны для рашэння канкрэтнай задачы.

2. Якой уласцівасцю павінны валодаць сілы ўзаемадзеяння цел сістэмы, каб сістэма мела патэнцыяльную энергію?

Мы вызначалі патэнцыяльную энергію як велічыню, роўную рабоце, якая здзяйсняецца сіламі ўзаемадзеяння пры пераходзе сістэмы з пачатковага стану на нулявы ўзровень. Але такі пераход можна здзейсніць рознымі спосабамі. Так, шарык масай m можна перамясціць з вышыні h на нулявы ўзровень як па вер-



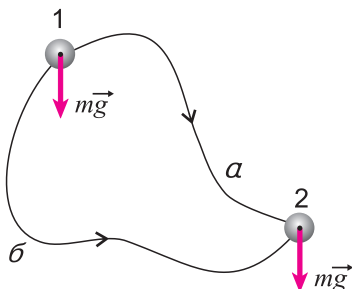
Мал. 237

тыкалі *ac* (мал. 237), так і па любой іншай траекторыі (напрыклад, па ломанай лініі *abc*). У абодвух выпадках работа сілы цяжару, што выконваецца, павінна быць роўна патэнцыяльнай энергіі пачатковага стану *mgh*. Значыць, гэтыя работы павінны быць роўныя паміж сабой: $A_{ac} = A_{abc}$.

Для таго каб механічная сістэма валодала патэнцыяльнай энергіяй, работа сіл узаемадзеяння цел сістэмы павінна не залежаць ад спосабу пераходу сістэмы з пачатковага стану ў канчатковы.

Сілы, работа якіх не залежыць ад спосабу пераходу, называюцца ***патэнцыяльнымі*** або ***кансерватыўнымі***.

Пацвердзім разлікам, што сіла цяжару патэнцыяльная. Пакажам, што работы A_{ac} і A_{abc} роўныя паміж сабой. Работа $A_{abc} = A_{ab} + A_{bc} = mg\Delta r_1\cos\alpha_1 + mg\Delta r_2\cos\alpha_2$ (гл. мал. 237). З малюнка відаць таксама, што $\Delta r_1\cos\alpha_1 + \Delta r_2\cos\alpha_2 = h_1 + h_2 = h$. У выніку $A_{abc} = mgh$. Паколькі работа $A_{ac} = mg\Delta r = mgh$, то $A_{ac} = A_{abc}$.



Мал. 238

Дакажыце самастойна, што работа сілы цяжару не залежыць ад формы траекторыі для двух любых спосабаў пераходу з аднаго пункта ў другі (мал. 238). Для доказу разбіце траекторыі на мноства маленькіх прамалінейных участкаў і падсумуйце выкананыя работы.

Можна даказаць, што любыя сілы ўзаемнага прыцяжэння або адштурхвання будуць патэнцыяльнымі, калі модуль сілы залежыць ад адлегласці паміж целамі, якія ўзаемадзейнічаюць (матэрыяльнымі пунктамі). Сіла прыцягнення і сіла пругкасці з'яўляюцца прыватнымі выпадкамі такіх сіл.

Прыкладам сілы, якая не з'яўляецца патэнцыяльнай, служыць сіла трэння. Пераканаемся ў гэтым. Перамесцім цела па шурпатай гарызантальнай паверхні з аднаго пункта ў другі па дзвюх розных траекторыях. Абсалютнае значэнне работы сіл трэння будзе большым на больш працяглым шляху.

Адрозненне паміж сілай трэння і патэнцыяльнымі сіламі праяўляецца яшчэ ярчэй, калі параўнаць работу сілы трэння і работу сілы цяжару на замкнутым шляху. Так, пры пад'ёме цела на вышыню *h* і вяртанні назад сумарная работа сілы цяжару будзе роўна нулю: $A_п = -mgh + mgh = 0$. У той жа час сумарная работа сілы трэння пры перамяшчэнні цела з аднаго пункта ў другі і вяртанні назад роўна нулю не будзе. Яна адмоўная на кожным з участкаў, а значыць, на ўсім замкнутым шляху.

Галоўныя вывады

1. Патэнцыяльная энергія характарызуе здольнасць сіл узаемадзеяння механічнай сістэмы выконваць работу.

2. Патэнцыяльная энергія роўна рабоце сіл узаемадзеяння, якая выконваецца пры пераходзе сістэмы з дадзенага стану ў стан з нулявым значэннем патэнцыяльнай энергіі.

3. Патэнцыяльная энергія залежыць або ад адлегласці паміж целамі, або ад узаемнага размяшчэння частак аднаго цела.

4. Патэнцыяльная энергія гравітацыйнага ўзаемадзеяння цела і Зямлі $E_п^{грав} = mgh$, а пругка дэфармаванага цела $E_п^{пр} = \frac{kx^2}{2}$.

Кантрольныя пытанні

1. У якіх выпадках сістэма цел валодае патэнцыяльнай энергіяй?
2. Як вызначыць патэнцыяльную энергію любой сістэмы? Ад чаго яна залежыць?
3. Чаму роўна патэнцыяльная энергія гравітацыйнага ўзаемадзеяння цела і Зямлі?
4. Чаму роўна патэнцыяльная энергія пругкай дэфармацыі?
5. Што такое нулявы ўзровень патэнцыяльнай энергіі? Ці залежыць змяненне патэнцыяльнай энергіі ад выбару гэтага ўзроўню?
6. Як звязана змяненне патэнцыяльнай энергіі з работай знешніх сіл? З работай сіл узаемадзеяння цел сістэмы?

Прыклад рашэння задачы

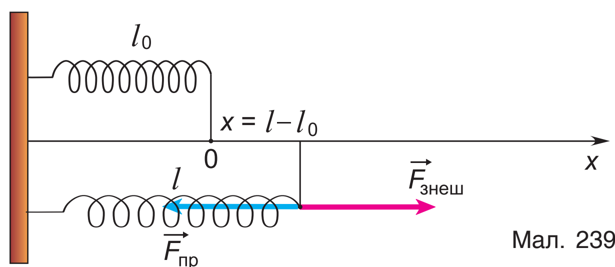
Спружыну жорсткасцю $k = 200\ \frac{Н}{м}$ расцягнулі ад пачатковай даўжыні $l_0 = 16{,}0$ см да даўжыні $l = 20{,}0$ см. Вызначце работу знешняй сілы па расцягванню спружыны і змяненне патэнцыяльнай энергіі спружыны.

Дадзена:
$l_0 = 16{,}0$ см
$l = 20{,}0$ см
$k = 200\ \frac{Н}{м}$

$A_{знеш}$ — ?
$\Delta E_п$ — ?

Рашэнне

Выканаем малюнак да задачы (мал. 239).



Мал. 239

Работа знешняй сілы: $A_{знеш} = \frac{kx^2}{2}$. З малюнка вынікае: $x = l - l_0$.

Тады работа:

$$A_{знеш} = \frac{k(l-l_0)^2}{2} = \frac{200\ \frac{Н}{м} \cdot 16{,}0 \cdot 10^{-4}\ м^2}{2} = 0{,}16\ Дж.$$

Работа сілы пругкасці:

$$A_{узаем} = -A_{знеш} = -0{,}16\ Дж.$$

Змяненне патэнцыяльнай энергіі:

$$\Delta E_п = A_{знеш} = 0{,}16\ Дж > 0.$$

Работа знешняй сілы пайшла на павелічэнне патэнцыяльнай энергіі спружыны.

Адказ: $A_{знеш} = 0{,}16$ Дж; $\Delta E_п = 0{,}16$ Дж.

Практыкаванне 23

1. Спружыну дынамометра сціснулі на $\Delta l = 2$ см. Жорсткасць спружыны $k = 100\ \frac{Н}{м}$. Вызначце патэнцыяльную энергію сціснутай спружыны.

2. Пад дзеяннем знешняй сілы, модуль якой $F = 60$ Н, пругкая спружына падоўжылася на $\Delta l_1 = 3{,}0$ см. Вызначце работу, якую павінна выканаць знешняя сіла, каб падоўжыць спружыну яшчэ на $\Delta l_2 = 2{,}0$ см.

3. Вызначце масу каменя, пры павольным пад'ёме якога з ямы глыбінёй $h = 2{,}0$ м на паверхню выканана работа $A = 100$ Дж. У задачах 3 і 4 паскарэнне свабоднага падзення $g = 10\ \frac{м}{с^2}$.

4. Драўляная бэлька масай $m = 60$ кг і даўжынёй $L = 4{,}0$ м ляжыць на гарызантальнай паверхні. Знайдзіце мінімальную работу, якую неабходна выканаць, каб паставіць бэльку вертыкальна.

§ 31. Кінетычная энергія. Поўная энергія сістэмы цел

З 7-га класа вы ведаеце, што, акрамя патэнцыяльнай энергіі, існуе і кінетычная. Што характарызуе кінетычная энергія? Як яна звязана са скорасцю цела? З яго масай?

Кінетычная энергія характарызуе здольнасць цела, якое рухаецца, выконваць работу.

Кожны з нас бачыў, як целы, што рухаюцца, выконваюць работу. Шар, які коціцца, збівае кеглі (мал. 240), куля прабівае перашкоды, вагон, што рухаецца, сутыкаючыся з тым, які знаходзіцца ў спакоі, сціскае буферныя спружыны.



Мал. 240



Мал. 241

Назіранні паказваюць таксама, што цела можа набыць кінетычную энергію толькі ў выніку работы, якую выканалі над ім. Пры штурханні ядра, кіданні молата і кап'я (мал. 241) работу выконвае мускульная сіла спартсмена. Работу, неабходную для разгону кулі, выконвае сіла ціску парахавых газаў (мал. 242) і г. д. Чым большая работа, тым мацней разганіцца цела і тым большую кінетычную энергію яно набудзе.

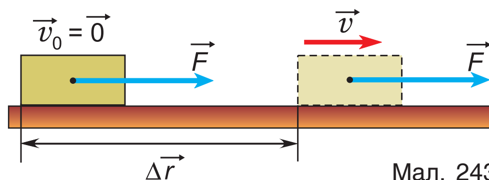


Мал. 242

Кінетычную энергію вызначаюць як велічыню, роўную рабоце, якую неабходна выканаць, каб разагнаць цела са стану спакою да дадзенай скорасці:

$$\boldsymbol{E}_{\text{к}} = \boldsymbol{A}_{\text{разг}}.$$

Гэту работу лёгка знайсці. Разгледзім цела масай m, якое са стану спакою пад дзеяннем пастаяннай сілы $\vec{F}$ набывае паскарэнне (мал. 243).



Мал. 243

Работа $A_{\text{разг}} = F \cdot \Delta r = ma\Delta r$, дзе a — модуль паскарэння, а Δr — модуль перамяшчэння цела. Каб звязаць работу з канчатковай скорасцю цела, выкарыстаем формулу кінематыкі (§ 13):

$$v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x\Delta r_x. \qquad (1)$$

Пры пачатковай скорасці, роўнай нулю, $v^2 = 2a\Delta r$ і $A_{\text{разг}} = ma\Delta r = \frac{mv^2}{2}$. Гэта азначае, што **кінетычная энергія цела роўна палове здабытку яго масы на квадрат модуля скорасці яго руху:**

$$\boldsymbol{E}_{\text{к}} = \frac{\boldsymbol{mv^2}}{\boldsymbol{2}}. \qquad (2)$$

Кінетычная энергія — велічыня скалярная. Яна залежыць ад модуля скорасці, але не залежыць ад яе напрамку. Вымяраецца кінетычная энергія ў тых сама адзінках, што і работа (у СІ — у *джоўлях*).

А на што пойдзе работа сіл, прыкладзеных да цела, калі яно мае скорасць $\vec{v}_1 \neq \vec{0}$? Работа пойдзе на змяненне кінетычнай энергіі цела:

$$\boldsymbol{A} = \Delta \boldsymbol{E}_{\text{к}} = \frac{m v_2^2}{2} - \frac{m v_1^2}{2}. \tag{3}$$

Формула (3) выражае **тэарэму аб змяненні кінетычнай энергіі**.

Змяненне кінетычнай энергіі цела за пэўны прамежак часу роўна рабоце выніковай усіх сіл, прыкладзеных да цела, якая выканана за гэты ж час.

Тэарэму лёгка даказаць для цела, якое рухаецца прамалінейна ў напрамку пастаяннай сілы $\vec{F}$, што дзейнічае на яго. З дапамогай формулы (1) атрымліваем:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta r = 2\frac{F}{m}\Delta r.$$

Адкуль

$$\frac{m v_2^2}{2} - \frac{m v_1^2}{2} = F\Delta r = A.$$

Тэарэма аб змяненні кінетычнай энергіі правільная і пры крывалінейным руху, і пры непастаяннай выніковай сіле. Пры выкарыстанні формулы (3) работу A можна разумець і як работу раўнадзейнай усіх сіл, прыкладзеных да цела, і як алгебраічную суму работ, якія выкананы кожнай з прыкладзеных сіл.

Згодна з тэарэмай аб змяненні кінетычнай энергіі можна зрабіць наступныя вывады:

1. Калі выніковая сіла выконвае дадатную работу $A > 0$ (напрыклад, сіла цяжару пры падзенні цела), то $E_{\text{к}2} - E_{\text{к}1} > 0$ — кінетычная энергія цела павялічваецца.

2. Калі работа $A < 0$ (напрыклад, работа сілы трэння слізгання, сілы цяжару пры пад'ёме цела), то $E_{\text{к}2} - E_{\text{к}1} < 0$ — кінетычная энергія цела памяншаецца.

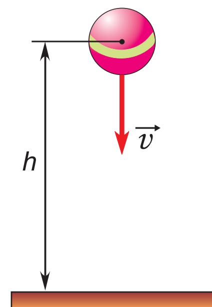
3. Калі работа выніковай сілы роўна нулю, то кінетычная энергія не змяняецца. Гэта бывае або пры $\vec{F}_{\text{вын}} = \vec{0}$, або калі $\vec{F}_{\text{вын}}$ перпендыкулярная скорасці руху цела.

Кінетычная энергія, як і скорасць руху, залежыць ад выбару сістэмы адліку. Напрыклад, кінетычная энергія пасажыра, які знаходзіцца ў спакоі адносна вагона, роўна нулю ў сістэме адліку «вагон» і адрозная ад нуля ў сістэме адліку «Зямля».

Адзначым, што формула (2) вызначае кінетычную энергію паступальнага руху цела (матэрыяльнага пункта). Калі цела верціцца, то трэба ўлічыць таксама і кінетычную энергію вярчальнага руху. Яна прапарцыянальна квадрату вуглавой скорасці вярчэння цела.

Мы разгледзелі патэнцыяльную і кінетычную энергію. А як вызначыць **поўную энергію** сістэмы цел?

Разгледзім прыклад. Няхай мяч масай m, што падае, у некаторы момант часу знаходзіцца на вышыні h і мае скорасць $\vec{v}$ (мал. 244). Чаму роўна поўная энергія сістэмы «Зямля — мяч»?

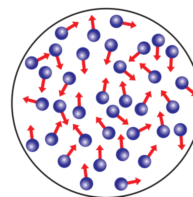


Мал. 244

Складзём кінетычную энергію мяча з патэнцыяльнай энергіяй узаемадзеяння мяча з Зямлёй:

$$E = E_к + E_п = \frac{mv^2}{2} + mgh.$$

Ці знойдзена поўная энергія сістэмы «Зямля — мяч»? Не, не знойдзена. Як мы ведаем, і мяч, і Зямля складаюцца з мікрачасціц — атамаў, малекул. Гэтыя часціцы безупынна рухаюцца (удзельнічаюць у хаатычным цеплавым руху) (мал. 245) і ўзаемадзейнічаюць паміж сабой (прыцягваюць і адштурхваюць адзін аднаго). Сума кінетычнай энергіі цеплавога руху мікрачасціц і патэнцыяльнай энергіі іх узаемадзеяння называецца **ўнутранай энергіяй цела**. Значыць, поўная энергія сістэмы «Зямля — мяч» роўна


Мал. 245

$$E_{поўн} = \frac{mv^2}{2} + mgh + E_{унутр}^{мяча} + E_{унутр}^{Зямлі}.$$

У гэтым запісе няма кінетычнай энергіі руху Зямлі таму, што разважанні праводзіліся ў сістэме адліку, у якой Зямля лічыцца нерухомай.

Суму кінетычных энергій цел сістэмы і патэнцыяльнай энергіі іх узаемадзеяння без уліку ўнутранай энергіі цел называюць **механічнай энергіяй сістэмы**.

Такім чынам, **поўная энергія сістэмы складаецца з яе механічнай энергіі і сумы ўнутраных энергій цел, што ўваходзяць у сістэму**.

Галоўныя вывады

1. Кінетычная энергія цела прапарцыянальна яго масе і квадрату скорасці руху цела.
2. Значэнне кінетычнай энергіі залежыць ад выбару сістэмы адліку.
3. Змяненне кінетычнай энергіі роўна рабоце выніковай усіх сіл, прыкладзеных да цела.
4. Поўная энергія сістэмы складаецца з кінетычнай і патэнцыяльнай энергіі цел, што ў яе ўваходзяць, і сумы ўнутраных энергій цел сістэмы.

Кантрольныя пытанні

1. У якім выпадку цела валодае кінетычнай энергіяй?
2. Скалярнай ці вектарнай велічынёй з'яўляецца кінетычная энергія?
3. Як звязана змяненне кінетычнай энергіі цела з работай выніковай сілы?
4. У якім выпадку кінетычная энергія цела павялічваецца? Памяншаецца? Не змяняецца?
5. Як уплывае на кінетычную энергію цела сіла трэння слізгання?
6. Ці можна вызначыць кінетычную энергію цела, не паказваючы сістэму адліку?
7. Што такое механічная энергія сістэмы цел? З чаго складаецца поўная энергія сістэмы?

Прыклад рашэння задачы

Камень масай $m = 0{,}50$ кг кінулі вертыкальна ўверх са скорасцю, модуль якой $v_0 = 20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Якой кінетычнай энергіяй будзе валодаць камень праз час $t_1 = 1{,}0$ с і $t_2 = 2{,}0$ с ад пачатку руху? Супраціўленне паветра не прымаць у разлік. Прыняць $g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Дадзена:
$m = 0{,}50$ кг
$v_0 = 20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$
$t_1 = 1{,}0$ с
$t_2 = 2{,}0$ с

$E_{к1}$ — ?
$E_{к2}$ — ?

Рашэнне

Знойдзем модулі скорасці каменя v_1 і v_2 пры $t_1 = 1{,}0$ с і $t_2 = 2{,}0$ с:

$$v_1 = v_0 - gt_1;\ v_1 = 20\ \frac{\text{м}}{\text{с}} - 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 1{,}0\ \text{с} = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$$v_2 = v_0 - gt_2;\ v_2 = 20\ \frac{\text{м}}{\text{с}} - 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 2{,}0\ \text{с} = 0.$$

Кінетычная энергія каменя пры $t_1 = 1{,}0$ с:

$$E_{к1} = \frac{mv_1^2}{2} = \frac{0{,}50\ \text{кг} \cdot 100\ \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}{2} = 25\ \text{Дж}.$$

Кінетычная энергія каменя пры $t_2 = 2{,}0$ с:

$$E_{к2} = \frac{mv_2^2}{2} = 0.$$

Адказ: $E_{к1} = 25$ Дж; $E_{к2} = 0$.

Практыкаванне 24

1. Камень масай $m = 1{,}5$ кг зваліўся ў мора. Якой кінетычнай энергіяй валодаў камень у момант падзення ў ваду, калі модуль яго скорасці ў гэты момант $v = 30\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$?

2. Як зменіцца кінетычная энергія трамвая, калі яго скорасць павялічыцца ў $k = 2$ разы? Паменшыцца ў $n = 3$ разы?

3. Куля масай $m = 5{,}0$ г, якая вылецела з ружжа са скарасцю, модуль якой $\upsilon_0 = 600\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, прабівае драўляную пліту. На вылеце з пліты модуль скорасці кулі стаў роўны $\upsilon = 200\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Вызначце работу, якая была выканана сіламі супраціўлення драўлянай пліты.

4. Кінуты вертыкальна ўверх металічны шарык масай $m = 200$ г вярнуўся ў пункт кідання праз час $t = 4{,}0$ с. Вызначце кінетычную энергію шарыка ў момант кідання. Супраціўленне руху не прымаць у разлік.

5. Завадная дзіцячая цацка рухаецца па акружнасці радыуса $R = 1{,}0$ м з частатой $\nu = 0{,}10\ \text{с}^{-1}$. Вызначце масу цацкі, калі яе кінетычная энергія $E = 0{,}020$ Дж.

§ 32. Закон захавання энергіі

Мы высветлілі, што поўная энергія сістэмы складаецца з яе механічнай энергіі і сумы ўнутраных энергій цел, што ўваходзяць у сістэму. А пры якіх умовах механічная і поўная энергіі сістэмы змяняюцца? Пры якіх умовах застаюцца пастаяннымі?

Прасочым за паводзінамі механічнай і поўнай энергій на прыкладзе руху кубіка па нахіленай плоскасці. Разгледзім тры выпадкі.

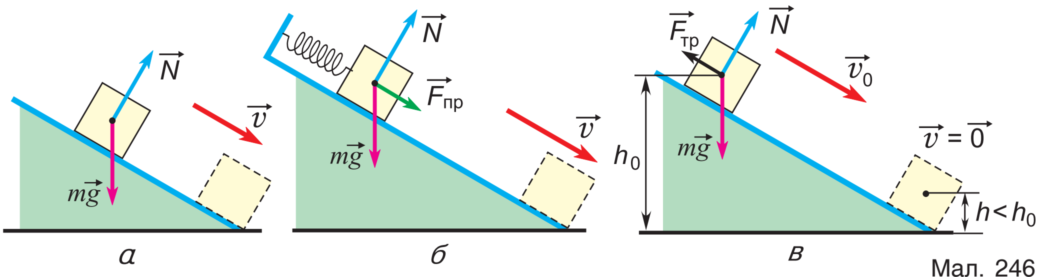
1. Кубік масай m рухаецца ўніз па нахіленай плоскасці без трэння (мал. 246, *а*).

Кінетычная энергія $E_\text{к} = \frac{m\upsilon^2}{2}$ кубіка нарастае, а патэнцыяльная энергія $E_\text{п} = mgh$ узаемадзеяння кубіка з Зямлёй — спадае. Ці змяняецца механічная энергія сістэмы «кубік — нахіленая плоскасць — Зямля»?

На кубік дзейнічае сіла цяжару $m\vec{g}$ і сіла рэакцыі $\vec{N}$, перпендыкулярная нахіленай плоскасці (гл. мал. 246, *а*). Па тэарэме аб змяненні кінетычнай энергіі

$$\Delta E_\text{к} = A_\text{ц} + A_N, \qquad (1)$$

дзе $A_\text{ц}$ — работа сілы цяжару, A_N — работа сілы рэакцыі $\vec{N}$.



Мал. 246

Сіла $\vec{N}$ перпендыкулярная да перамяшчэння і таму работа $A_N = 0$. Работа сілы цяжару дадатная. Яна выконваецца за кошт памяншэння патэнцыяльнай энергіі ўзаемадзеяння кубіка з Зямлёй: $A_ц = -\Delta E_п$. Тады з роўнасці (1) вынікае: $\Delta E_к = -\Delta E_п$, або $\Delta E_к + \Delta E_п = 0$.

Значыць, $E_к + E_п = \frac{mv^2}{2} + mgh = \text{const}$. Улічым таксама, што энергія нахіленай плоскасці і Зямлі і ўнутраная энергія кубіка не змяняюцца. Мы прыйдзем да вываду: і механічная, і поўная энергія сістэмы «кубік — нахіленая плоскасць — Зямля» застаюцца пастаяннымі (захоўваюцца): $E_{мех} = \text{const}$, $E_{поўн} = \text{const}$.

2. Няхай цяпер на кубік дзейнічае яшчэ і **знешняя** сіла пругкасці $\vec{F}_{пр}$ сціснутай спружыны (мал. 246, *б*). Ці застанецца пастаяннай поўная энергія сістэмы «кубік — нахіленая плоскасць — Зямля»? Работа сілы цяжару па-ранейшаму роўна памяншэнню патэнцыяльнай энергіі ўзаемадзеяння кубіка з Зямлёй: $A_ц = -\Delta E_п$. Але цяпер змяненне кінетычнай энергіі:

$$\Delta E_к = A_ц + A_N + A_{пр}, \qquad (2)$$

дзе $A_{пр}$ — работа сілы пругкасці (знешняй сілы). З роўнасці (2) вынікае: $\Delta E_к + \Delta E_п = A_{пр} > 0$. Значыць, і механічная, і поўная энергія разглядаемай сістэмы ў гэтым прыкладзе змяняюцца. Прычынай гэтага змянення з'яўляецца работа знешняй сілы.

А ці могуць **унутраныя** сілы змяніць механічную энергію сістэмы? Яе поўную энергію?

3. Разгледзім рух кубіка пры наяўнасці сілы трэння. Нададзім кубіку пачатковую скорасць $\vec{v}_0$ (мал. 246, *в*). Праз некаторы час з-за дзеяння сілы трэння кубік спыніцца. Паменшыцца і кінетычная энергія кубіка, і патэнцыяльная энергія ўзаемадзеяння кубіка з Зямлёй. Значыць, унутраныя сілы (сілы трэння паміж кубікам і нахіленай плоскасцю) змянілі **механічную** энергію сістэмы «кубік — нахіленая плоскасць — Зямля». А ці змянілася **поўная** энергія гэтай сістэмы?

У выніку дзеяння сіл трэння і ў кубіка, і ў нахіленай плоскасці пачаўся больш інтэнсіўны хаатычны (цеплавы) рух атамаў (малекул). Унутраная энергія кубіка і нахіленай плоскасці павялічылася роўна настолькі, наколькі паменшылася механічная энергія сістэмы. Поўная энергія сістэмы пры гэтым не змянілася.

З нашых прыкладаў можна зрабіць наступныя вывады:

- змяненне **поўнай энергіі** сістэмы **роўна рабоце знешніх сіл;**
- змяненне **механічнай энергіі** адбываецца як з-за дзеяння **знешніх сіл**, так і з-за **пераходу часткі механічнай энергіі ва ўнутраную** энергію цел сістэмы.

Гэтыя вывады пацвярджаюцца шматлікімі вельмі дакладнымі эксперыментамі.

Паколькі для замкнутай сістэмы работа знешніх сіл роўна нулю, то **поўная энергія замкнутай сістэмы захоўваецца.**

Дадзенае сцвярджэнне з'яўляецца адным з найважнейшых законаў прыроды — **законам захавання энергіі.**

Закон захавання энергіі не мае выключэнняў. Ён выконваецца для ўсіх фізічных, хімічных, біялагічных і іншых з'яў. Ён выкарыстоўваецца ў самых розных галінах навукі і тэхналогіі і служыць навуковай асновай найважнейшай галіны вытворчасці — энергетыкі.

Важным з'яўляецца і ***закон захавання механічнай энергіі замкнутай сістэмы.*** Пры яго выкарыстанні трэба памятаць аб тым, што **механічная энергія замкнутай сістэмы захоўваецца толькі пры адсутнасці пераходу гэтай энергіі ва ўнутраную.**

Такі пераход адбываецца, як мы бачылі, пры дзеянні сіл трэння. Пры гэтым змяненне механічнай энергіі адмоўнае і роўна рабоце, якая выконваецца сілай трэння: $\Delta E_{\text{мех}} = A_{\text{тр}} < 0$. Пераход механічнай энергіі ва ўнутраную мае месца і пры дзеянні сіл супраціўлення асяроддзя, і пры сілах, якія ўзнікаюць у працэсе няпругкіх дэфармацый, і г. д. Агульнай уласцівасцю такіх сіл з'яўляецца іх непатэнцыяльнасць (некансерватыўнасць).

Выкарыстанне закону захавання механічнай энергіі спрашчае рашэнне многіх задач. Няхай нам вядомы модуль пачатковай скорасці v_0 цела, кінутага пад вуглом да гарызонту, а патрабуецца знайсці модуль скорасці, якую цела будзе мець на вышыні h. Супраціўленне паветра можна не прымаць у разлік. Тады па законе захавання механічнай энергіі $E_{\text{мех}} = \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + mgh$. Адкуль адразу ж знаходзім адказ: $v = \sqrt{v_0^2 - 2gh}$. Рашыце гэту задачу па формулах з § 25 і параўнайце два спосабы рашэння і іх рэзультаты.

Галоўныя вывады

1. Змяніць поўную энергію сістэмы можна толькі за кошт работы знешніх сіл.

2. Поўная энергія замкнутай сістэмы захоўваецца заўсёды, а яе механічная энергія — пры адсутнасці працэсаў пераходу энергіі ва ўнутраную энергію цел.

Кантрольныя пытанні

1. Пры якіх умовах поўная энергія сістэмы захоўваецца?
2. Пры якіх умовах механічная энергія сістэмы захоўваецца?
3. Дзеянне якіх сіл выклікае пераход механічнай энергіі сістэмы ва ўнутраную?

Прыклады рашэння задач

1. Стальны шарык кінулі вертыкальна ўверх са скорасцю, модуль якой $v_0 = 20\ \frac{м}{с}$. Вызначце вышыню, на якой яго кінетычная і патэнцыяльная энергіі будуць роўныя. Супраціўленне паветра не прымаць у разлік, модуль паскарэння свабоднага падзення прыняць $g = 10\ \frac{м}{с^2}$, патэнцыяльную энергію адлічваць ад месца кідання шарыка.

Дадзена:
$v_0 = 20\ \frac{м}{с}$.
h — ?

Рашэнне

Для шарыка (мал. 247) выконваецца закон захавання механічнай энергіі:

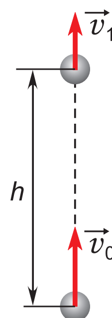
$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + mgh.$$

Па ўмове $\frac{mv_1^2}{2} = mgh$.

Тады $\frac{mv_0^2}{2} = 2mgh$. Адсюль $h = \frac{v_0^2}{4g}$.

$$h = \frac{400\ \frac{м^2}{с^2}}{40\ \frac{м}{с^2}} = 10\ м.$$

Адказ: $h = 10$ м.



Мал. 247

2. Камень масай $m = 10$ кг падымаюць вертыкальна ўверх, прыкладаючы пастаянную сілу, модуль якой $F = 0{,}12$ кН. Вызначце кінетычную энергію каменя ў момант, калі ён апынецца на вышыні $h = 2{,}0$ м ад зыходнага становішча. Пачатковая скорасць каменя роўна нулю. Супраціўленне паветра не прымаць у разлік, модуль паскарэння свабоднага падзення прыняць $g = 10\ \frac{м}{с^2}$.

Дадзена:
$m = 10$ кг
$F = 0{,}12$ кН $=$
$= 120$ Н
$h = 2{,}0$ м
$E_{к2}$ — ?

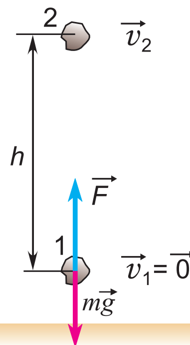
Рашэнне

Сістэма «камень — Зямля» не з'яўляецца замкнутай. На камень дзейнічае знешняя сіла $\vec{F}$. Работа гэтай сілы роўна змяненню механічнай энергіі каменя пры яго руху з пункта *1* у пункт *2* (мал. 248)

$$A = Fh; \quad Fh = \Delta E_к + \Delta E_п.$$

$$\Delta E_к = E_{к2}, \text{ паколькі } E_{к1} = 0;$$

$$\Delta E_п = mgh.$$



Мал. 248

Тады $Fh = E_{к2} + mgh$, адкуль $E_{к2} = (F - mg)h$.

$$E_{к2} = (120 \text{ Н} - 100 \text{ Н}) \cdot 2{,}0 \text{ м} = 40 \text{ Дж}.$$

Адказ: $E_{к2} = 40$ Дж.

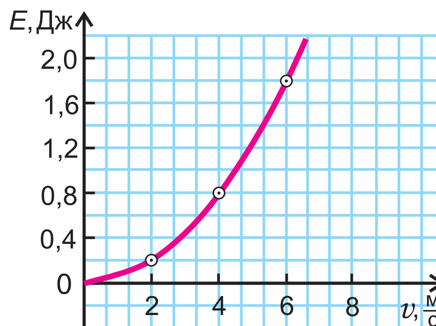
Практыкаванне 25

1. Легкавы аўтамабіль масай $m = 800$ кг рухаецца са скорасцю, модуль якой $v = 20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Вызначце кінетычную энергію аўтамабіля.

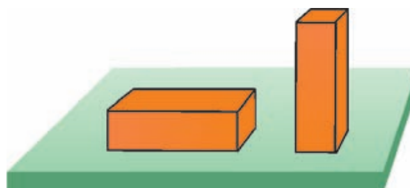
2. Кінетычнаая энергія кінутага вертыкальна ўверх мяча масай $m = 0{,}50$ кг у момант кідання $E_к = 20$ Дж. Вызначце модуль скорасці руху мяча ў гэты момант. На якую максімальную вышыню можа падняцца мяч, калі супраціўленне паветра не прымаць у разлік? Модуль паскарэння свабоднага падзення ў гэтай задачы і ў наступных задачах прымаць $g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

3. Аўтобус масай $m = 12$ т пачынае рухацца з пастаянным паскарэннем, модуль якога $a = 1{,}2\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Вызначце кінетычную энергію аўтобуса праз час $\Delta t = 10$ с з пачатку яго руху.

4. На малюнку 249 паказаны графік залежнасці кінетычнай энергіі цела ад модуля скорасці яго руху. Чаму роўна маса цела? Вызначце работу, якую выканала выніковая ўсіх сіл, прыкладзеных да цела, для яго разгону ад скорасці, модуль якой $v_1 = 4\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, да скорасці, модуль якой $v_2 = 8\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

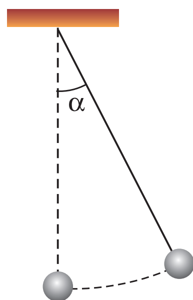


Мал. 249


Мал. 250

5. Камень масай $m = 400$ г кідаюць з вышыні $h = 20{,}0$ м са скорасцю, модуль якой $v_0 = 30\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Вызначце модуль скорасці руху каменя і яго кінетычную і патэнцыяльную энергіі на вышыні $h_1 = 10{,}0$ м. Супраціўленне паветра не прымаць у разлік.

6. На колькі зменіцца патэнцыяльная энергія бруска, калі яго перавесці з гарызантальнага становішча ў вертыкальнае (мал. 250)? Маса бруска $m = 8{,}0$ кг, а яго памеры $a \times b \times c = 40 \times 25 \times 10$ см.



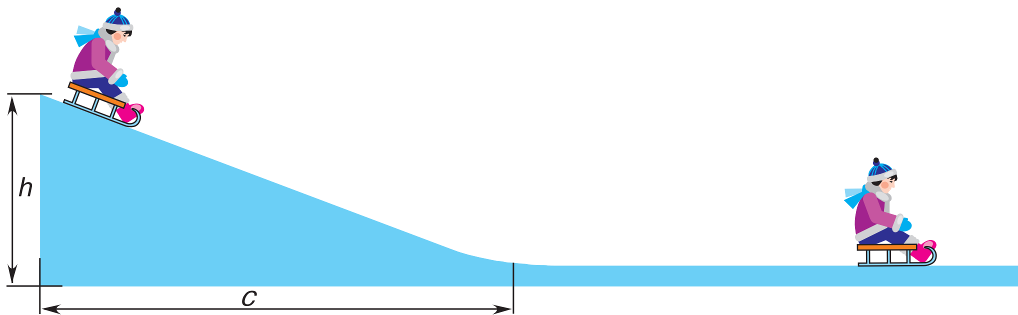
Мал. 251

7. Гіра вісіць на лёгкім гумавым шнуры жорсткасцю $k = 40\ \frac{Н}{м}$. Вызначце патэнцыяльную энергію гумавага шнура, які падоўжыўся на $\Delta l_1 = 5{,}0$ см пад дзеяннем гіры. Якую работу трэба выканаць знешняй сіле, каб расцягнуць шнур яшчэ на $\Delta l_2 = 3{,}0$ см?

8. Да ніжняга канца лёгкай недэфармаванай спружыны прымацавалі груз масай $m = 500$ г і адпусцілі. Жорсткасць спружыны $k = 40\ \frac{Н}{м}$. Вызначце модуль максімальнай скорасці руху грузу. Супраціўленне руху грузу не прымаць у разлік.

9. На лёгкай нерасцяжнай нітцы падвешаны жалезны шарык. Нітку з шарыкам адхіляюць ад вертыкалі на некаторы вугал (мал. 251) і адпускаюць. Вызначце вугал адхілення ніткі ад вертыкалі, пры якім сіла нацяжэння ніткі ў ніжнім становішчы будзе ў $k = 4$ разы большая за мінімальную. Супраціўленне руху шарыка не прымаць у разлік.

10. З вяршыні снежнай горкі вышынёй $h = 4{,}0$ м і даўжынёй асновы $c = 10{,}0$ м (мал. 252) на санках з’язджае дзіця. З’ехаўшы з горкі, санкі працягваюць рух па гарызантальным участку і спыняюцца. Каэфіцыент трэння палазоў санак аб снег $\mu = 0{,}12$. Вызначце даўжыню гарызантальнага ўчастка руху.



Мал. 252

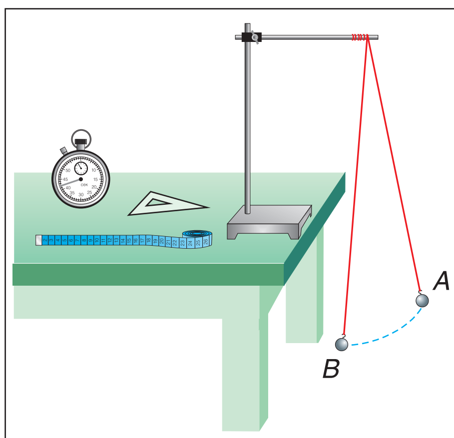
4 Лабараторны эксперымент

«Адзін дослед я стаўлю вышэй за тысячу меркаванняў, народжаных толькі ўяўленнем».

М. В. Ламаносаў



Лабараторная работа 1. *Вызначэнне абсалютнай і адноснай хібнасцей прамых вымярэнняў* (выконваецца разам з настаўнікам)



Мал. 253

М э т а: навучыцца вызначаць абсалютную і адносную хібнасці прамых вымярэнняў і паказваць рэзультат вымярэнняў у інтэрвальнай форме.

А б с т а л я в а н н е: металічны шарык на нітцы даўжынёй $l = 1$ м, секундамер, штатыў са стрыжнем, трохвугольнік (мал. 253).

Вывад разліковых формул

Прамым называецца вымярэнне, пры якім значэнне шуканай велічыні знаходзіцца па шкале прыбора. Рэзультат любога вымярэння змяшчае хібнасць. *Сістэматычная хібнасць* звязана ў асноўным з недасканаласцю вымяральнага прыбора і акругленнямі пры адліках і вылічэннях. Пры паўтарэнні вымярэнняў сістэматычная хібнасць застаецца нязменнай.

Выпадковая хібнасць — гэта хібнасць, якая ад аднаго вымярэння да другога змяняецца непрадказальным чынам. Для вызначэння выпадковай хібнасці неабходна правесці серыю паўторных вымярэнняў.

Абсалютная хібнасць Δt вымярэнняў прамежку часу роўна:

$$\Delta t = \Delta t_{\text{сіст}} + \Delta t_{\text{выпад}}. \qquad (1)$$

Абсалютная сістэматычная хібнасць $\Delta t_{\text{сіст}} = \Delta t_{\text{пр}} + \Delta t_{\text{адліку}}$ вызначаецца сумай гранічнай абсалютнай хібнасці $\Delta t_{\text{пр}}$ прыбора (секундамера) і абсалютнай хібнасці адліку $\Delta t_{\text{адліку}}$.

Значэнне $\Delta t_{\text{пр}}$ бярэцца з табліцы 3. Абсалютная хібнасць адліку $\Delta t_{\text{адліку}}$ роўна палове цаны дзялення шкалы секундамера. Калі секундамер механічны, то яго стрэлка ад рыскі да рыскі рухаецца скачкамі. Яе спыненне паміж рыскамі немагчыма. Таму абсалютная хібнасць адліку $\Delta t_{\text{адліку}}$ для секундамера роўна цане дзялення яго шкалы.

Максімальнае значэнне абсалютнай выпадковай хібнасці вымярэння прамежку часу

$$\Delta t_{\text{вып}}^{\max} = \langle \Delta t_{\text{вып}} \rangle \cdot k, \qquad (2)$$

дзе $\langle \Delta t_{\text{вып}} \rangle$ — сярэдняе значэнне абсалютнай выпадковай хібнасці.

Каэфіцыент k залежыць ад ліку паўторных вымярэнняў. Напрыклад, пры пяці паўторных вымярэннях $k = 3$, пры сямі $k = 2$, пры дзесяці і больш — $k = 1$.

Адносная хібнасць ε_t вызначае, якую частку ў працэнтах ад сярэдняга значэння вымяраемай велічыні (прамежку часу) складае значэнне абсалютнай хібнасці:

$$\varepsilon_t = \frac{\Delta t}{\langle t \rangle} \cdot 100\,\%. \qquad (3)$$

Канчатковы рэзультат запісваецца ў інтэрвальнай форме:

$$t = \langle t \rangle \pm \Delta t;$$

$$\varepsilon_t = \frac{\Delta t}{\langle t \rangle} \cdot 100\,\%.$$

Напрыклад, $t = (5{,}0 \pm 0{,}1)$ с, тады

$$\varepsilon_t = \frac{0{,}1}{5{,}0} \cdot 100\,\% = 2\,\%.$$

Парадак выканання работы

1. Да стрыжня штатыва прымацуйце нітку з шарыкам (гл. мал. 253). Адвядзіце шарык у бок (пункт A) так, каб нітка ўтварыла з вертыкаллю вугал $\alpha = 30°$ (вызначаецца трохвугольнікам). Адпусціце шарык і, адначасова націснуўшы на кнопку секундамера, вымерайце мінімальны прамежак часу, праз які шарык зной будзе ў пункце A.
2. Паўтарыце дослед не менш за 5 разоў.
3. Вылічыце сярэдняе значэнне прамежку часу:

$$\langle t \rangle = \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5}{5}.$$

4. Вылічыце абсалютную выпадковую хібнасць пры кожным вымярэнні і сярэдняе значэнне $\Delta t_{\text{вып}}$ пры пяці вымярэннях x:

$$\Delta t_{\text{вып}1} = |t_1 - \langle t \rangle|;$$

$$\Delta t_{\text{вып}2} = |t_2 - \langle t \rangle|;$$

…

$$\Delta t_{\text{вып}5} = |t_5 - \langle t \rangle|;$$

$$\langle \Delta t_{\text{вып}} \rangle = \frac{\Delta t_{\text{вып}1} + \Delta t_{\text{вып}2} + \ldots + \Delta t_{\text{вып}5}}{5}.$$

5. Вызначце максімальнае значэнне выпадковай хібнасці:

$$\Delta t_{\text{вып}} = 3\langle \Delta t_{\text{вып}} \rangle.$$

6. Вызначце абсалютную сістэматычную хібнасць:

$$\Delta t_{\text{сіст}} = \Delta t_{\text{пр}} + \Delta t_{\text{адліку}}.$$

Гранічную абсалютную хібнасць $\Delta t_{\text{пр}}$ секундамера знайдзіце ў табліцы 3. Абсалютную хібнасць адліку $\Delta t_{\text{адліку}}$ вызначце як цану дзялення механічнага секундамера.

7. Вылічыце абсалютную Δt хібнасць прамога вымярэння прамежку часу:

$$\Delta t = \Delta t_{\text{вып}} + \Delta t_{\text{сіст}}.$$

8. Вылічыце адносную ε_t хібнасць вымярэння:

$$\varepsilon_t = \frac{\Delta t}{\langle t \rangle} \cdot 100\,\%.$$

9. Запішыце канчатковы рэзультат у інтэрвальнай форме:

$$t = \langle t \rangle \pm \Delta t;$$
$$\varepsilon_t = \ldots\ \%.$$

Кантрольныя пытанні

1. Чаму нельга абсалютна дакладна вымераць прыборам фізічную велічыню?
2. Ці будзе аднолькавай адносная хібнасць вымярэння прамежку часу, калі нітку з шарыкам адхіліць на вугал 45°? Чаму?
3. Калі пры трох і больш паўторных вымярэннях дадзеным прыборам атрыманы аднолькавыя значэнні фізічнай велічыні, то чаму роўны абсалютныя выпадковая і сістэматычная хібнасці? Адносная хібнасць?

Табліца 3. **Гранічныя абсалютныя хібнасці некаторых мер і прыбораў**

Прыборы і меры	Значэнне меры, дыяпазон вымярэнняў	Гранічная абсалютная хібнасць
Лінейкі:		
драўляныя	400, 500, 750 мм	0,5 см
пластмасавыя	200, 250, 300 мм	1 мм
Мерная стужка	150,0 см	0,3 см
Гіры для тэхнічных аналізаў	10—100 мг	1 мг
	200 мг	2 мг
	500 мг	3 мг
	1 г	4 мг
	2 г	6 мг
	5 г	8 мг
	10 г	12 мг
	20 г	20 мг
	50 г	30 мг
	100 г	40 мг

Працяг

Прыборы і меры	Значэнне меры, дыяпазон вымярэнняў	Гранічная абсалютная хібнасць
Секундамеры механічныя	30 — 60 с (адзін абарот)	1,5 цаны дзялення шкалы за адзін абарот секунднай стрэлкі
Секундамеры электрычныя	30 с	0,5 цаны дзялення шкалы за адзін абарот секунднай стрэлкі
Секундамеры электронныя	30 с	0,5 цаны дзялення

Лабараторная работа 2. *Вымярэнне паскарэння пры роўнапаскораным руху цела*

Мэта: вымераць модуль паскарэння шарыка, які рухаецца па нахіленым жолабе, і вызначыць абсалютную і адносную хібнасці прамых вымярэнняў шляху руху шарыка.

Абсталяванне: металічны жолаб, штатыў, стальны шарык, цыліндрычны ўпор, секундамер, мерная стужка (лінейка).

Вывад разліковых формул

Паколькі рух шарыка па нахіленым жолабе з'яўляецца роўнапаскораным з пачатковай скорасцю $v_0 = 0$, то пройдзены за прамежак часу t шлях будзе вызначацца па формуле:

$$s = \frac{at^2}{2}. \quad (1)$$

Вымераўшы пройдзены шарыкам шлях s і прамежак часу t, можна вылічыць модуль паскарэння $a = \frac{2s}{t^2}$. Няхай s роўны даўжыні жолаба l. Тады:

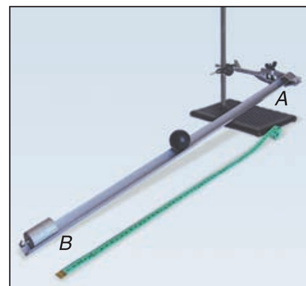
$$a = \frac{2l}{t^2}. \quad (2)$$

Парадак выканання работы

1. Замацуйце жолаб (мал. 254) у штатыве пад невялікім вуглом (5—10°) да гарызонту. У канцы жолаба пакладзіце цыліндрычны ўпор.

2. Адпусціце шарык з верхняга пункта жолаба і па гадзінніку з секунднай стрэлкай вызначце прамежак часу ад пачатку руху да моманту саўдару шарыка з упорам.

3. Паўтарыце дослед пяць разоў, вымяраючы кожны раз прамежак часу руху шарыка.



Мал. 254

4. Вымерайце мернай стужкай даўжыню l жолаба ад пункта A пачатку руху да цыліндрычнага ўпору B не менш за тры разы.

5. Знайдзіце сярэдняе значэнне $\langle l \rangle$, $\langle t \rangle$.

6. Вылічыце сярэдняе значэнне паскарэння шарыка па формуле:

$$\langle a \rangle = \frac{2\langle l \rangle}{\langle t \rangle^2}.$$

7. Разлічыце абсалютную хібнасць Δl прамых вымярэнняў шляху l.

8. Знайдзіце адносную хібнасць прамых вымярэнняў шляху l па формуле:

$$\varepsilon_l = \frac{\Delta l}{\langle l \rangle} \cdot 100\,\%.$$

9. Запішыце рэзультаты прамых вымярэнняў шляху l у інтэрвальнай форме:

$$l = (\langle l \rangle \pm \Delta l)\ \text{см},\ \varepsilon_l = \ldots\ \%.$$

Кантрольныя пытанні

1. Што ўяўляе сабой модуль перамяшчэння шарыка? Як накіраваны вектар перамяшчэння?
2. Ці будуць роўнымі сярэднія скорасці руху шарыка на першай і другой паловах шляху? Чаму?

Суперзаданне. У колькі разоў адрозніваюцца прамежкі часу руху шарыка на першым і апошнім сантыметры шляху?

Лабараторная работа 3. Вывучэнне заканамернасцей роўнапаскоранага руху

Мэта: выкарыстоўваючы страбаскапічную фатаграфію роўнапаскоранага руху цела, вызначыць модулі паскарэння і імгненнай скорасці, суадносіны шляхоў, што праходзіць цела за роўныя паслядоўныя прамежкі часу.

Абсталяванне: страбаскапічная фатаграфія, лінейка (мал. 255, *а*).

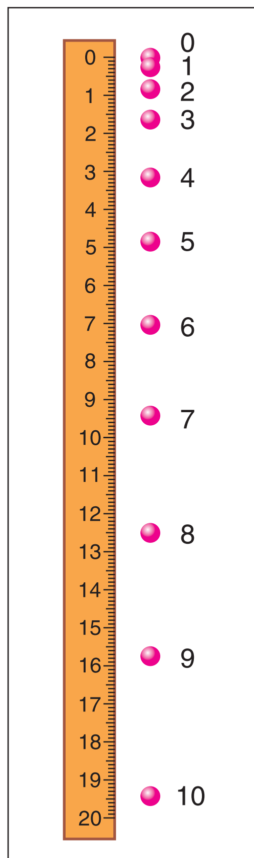
Вывад разліковых формул

Цела, якое рухаецца роўнапаскорана, за прамежак часу t праходзіць шлях, роўны

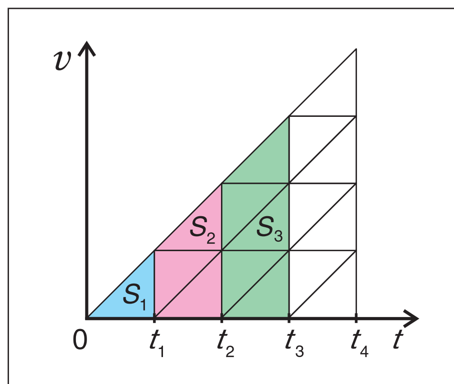
$$s = \frac{at^2}{2}. \qquad (1)$$

Вымераўшы шлях s і ведаючы прамежак часу руху t, можна вылічыць паскарэнне:

$$a = \frac{2s}{t^2}. \qquad (2)$$



а



б

Мал. 255

Модуль імгненнай скарасці роўнапаскоранага руху цела без пачатковай скарасці ($v_0 = 0$) змяняецца па законе

$$v = at. \qquad (3)$$

Калі ва ўраўненні (1) пазбавіцца ад параметра t, выразіўшы яго з формулы (3), атрымаем:

$$s = \frac{v^2}{2a}.$$

Тады, вымераўшы s, можна вызначыць скарасць у дадзеным пункце траекторыі:

$$v = \sqrt{2as}. \qquad (4)$$

З графіка скарасці (мал. 255, *б*) роўнапаскоранага руху цела знойдзем суадносіну шляхоў, якія праходзіць цела за роўныя паслядоўныя прамежкі часу.

З графіка вынікае: $s_1 : s_2 : s_3 : s_4 : \ldots : s_n = 1 : 3 : 5 : 7 : \ldots : (2n - 1)$, дзе $n = 1, 2, 3, 4, \ldots$.

Шляхі, якія праходзіць цела за роўныя паслядоўныя прамежкі часу пры прамалінейным роўнапаскораным руху без пачатковай скарасці, адносяцца як рад няцотных лікаў.

Парадак выканання работы

1. Разгледзьце ўважліва малюнак 255, *а*, на якім паказаны паслядоўныя становішчы шарыка, што рухаецца роўнапаскорана, праз 0,02 с.

Лічбай 0 абазначана пачатковае становішча шарыка ($t_0 = 0{,}00$ с).

2. Разлічыце прамежкі часу, праз якія шарык будзе ў становішчах *1, 2, 3, 4, …, 10*.

3. Па міліметровай шкале лінейкі вызначце шлях, які праходзіць шарык (напрыклад, да становішча *10*), і прамежак часу t. Па формуле (2) вылічыце паскарэнне.

4. Выканайце заданне 3 яшчэ для двух становішчаў (*5, 8*) шарыка і вызначце модуль паскарэння a. Параўнайце рэзультаты і зрабіце вывады.

5. Выкарыстоўваючы формулу (4), вызначце модуль імгненнай скорасці руху шарыка ў становішчах *5, 8, 10*.

6. Па атрыманых значэннях пабудуйце графік залежнасці модуля скорасці ад часу руху.

7. Па шкале лінейкі знайдзіце шляхі s_4, s_7, s_{10}, якія праходзіць шарык за 0,02 с на ўчастках *3-4, 6-7, 9-10*, і іх адносіны: $s_4 : s_7 : s_{10}$. Параўнаўшы гэтыя адносіны з адпаведнымі адносінамі няцотных лікаў 7 : 13 : 19, зрабіце вывады.

Кантрольныя пытанні

1. Якія становішчы шарыка (у верхняй або ніжняй частках здымка) больш мэтазгодна браць для вызначэння паскарэння? Чаму?
2. У якім судачыненні будуць модулі перамяшчэнняў шарыка за роўныя паслядоўныя прамежкі часу?
3. Што ўяўляе сабой графік залежнасці шляху ад часу руху шарыка са стану спакою? Начарціце графік.

Суперзаданне. Выведзіце формулу $v_2^2 - v_1^2 = 2as$ для роўнапаскоранага руху і праверце яе выкананне для любых двух становішчаў шарыка.

Лабараторная работа 4. *Вывучэнне руху цела па акружнасці*

Мэта: вызначыць перыяд абарачэння, модулі цэнтраімклівага паскарэння, вуглавой і лінейнай скарасцей пры руху цела па акружнасці са скорасцю, модуль якой пастаянны; разлічыць абсалютную і адносную хібнасці прамых вымярэнняў прамежку часу руху цела.

Абсталяванне: штатыў з лапкай або кольцам, нітка, два лісты паперы, прыклееныя адзін на адзін (на лістах начэрчана акружнасць радыуса 10 см), металічны шарык, секундамер, лінейка.

Вывад разліковых формул

Рух цела (матэрыяльнага пункта) па акружнасці радыуса R са скорасцю, модуль якой пастаянны, характарызуецца:

а) вуглавой скорасцю, модуль якой вызначаецца як

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \qquad (1)$$

дзе T — перыяд абарачэння цела. Модулі лінейнай v і вуглавой ω скарасцей звязаны судачыненнем:

$$v = \omega R; \qquad (2)$$

б) цэнтраімклівымым (нармальным) паскарэннем, модуль якога

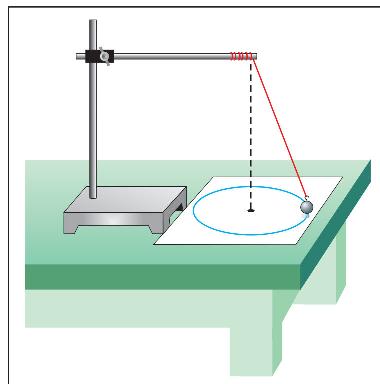
$$a_n = \frac{v^2}{R}.$$

З улікам формул (1) і (2):

$$a_n = \frac{4\pi^2 R}{T^2}. \qquad (3)$$

Вымераўшы перыяд абарачэння T шарыка, можна вызначыць a, ω і v.

Парадак выканання работы



Мал. 256

1. Нітку даўжынёй 40—45 см прывяжыце адным канцом да шарыка, а другім — да лапкі або кольца штатыва. Ліст паперы пакладзіце так, каб цэнтр начэрчанай на ім акружнасці знаходзіўся пад цэнтрам (мал. 256) шарыка. Узяўшыся за нітку паблізу пункта падвесу, прымусьце шарык рухацца па акружнасці. Невялікай трэніроўкай дабіцеся таго, каб шарык рухаўся над акружнасцю, начэрчанай на лісце паперы.

2. З дапамогай секундамера вызначце прамежак часу t, за які шарык выканае $N = 10$ абаротаў. Для чаго адзін з вучняў фіксуе пачатак адліку часу словам «нуль», а другі з гэтага моманту пачынае ўголас лічыць абароты руху шарыка. Пасля выканання шарыкам 10 абаротаў адлік часу спыняецца. Дослед паўтарыце пяць разоў. Рэзультаты вымярэнняў запішыце ў табліцу.

Разлічыце сярэдняе значэнне прамежку часу $\langle t \rangle$.

Разлічыце сярэдняе значэнне перыяду абарачэння $\langle T \rangle$ шарыка:

$$\langle T \rangle = \frac{\langle t \rangle}{N}.$$

3. Знайдзіце сярэдняе значэнне модуля паскарэння по формуле:

$$\langle a \rangle = \frac{4\pi^2 R}{\langle T \rangle^2}.$$

4. Вызначце, выкарыстоўваючы формулы (1) і (2), сярэднія значэнні модуляў вуглавой і лінейнай скарасцей.

5. Аналагічна, як у лабараторнай рабоце 2, разлічыце абсалютную Δt і адносную ε_t хібнасці прамых вымярэнняў прамежку часу руху шарыка. Рэзультат прамых вымярэнняў прамежку часу t запішыце ў інтэрвальнай форме.

Кантрольныя пытанні

1. Як змяняецца лінейная скорасць $\vec{v}$ пры руху шарыка па акружнасці, калі модуль скорасці $v = \text{const}$?
2. Як даказаць судачыненне $v = \omega R$?
3. Як залежыць перыяд абарачэння T шарыка ад модуля яго лінейнай скорасці?

Суперзаданне. Вызначце паскарэнне матэрыяльнага пункта пры яго руху па акружнасці, калі за $\Delta t = 1$ с ён прайшоў $\frac{1}{6}$ даўжыні акружнасці з лінейнай скорасцю, модуль якой $v = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}} = \text{const}$.

Лабараторная работа 5. *Вывучэнне руху цела, кінутага гарызантальна*

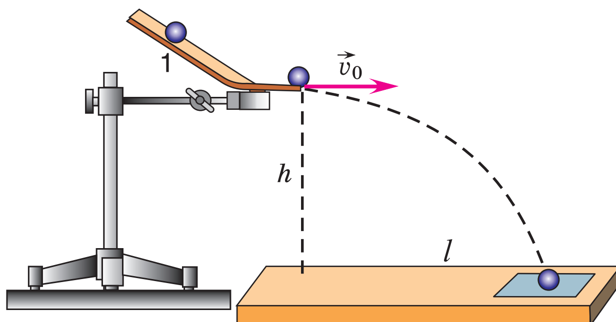
Мэта: вымераць пачатковую скорасць, нададзеную целу ў гарызантальным напрамку пры яго руху пад дзеяннем сілы цяжару.

Абсталяванне: штатыў з лапкай, шарык, латок, лісты белай і капіравальнай паперы, вучнёўская лінейка.

Вывад разліковых формул

Цела, кінутае гарызантальна, рухаецца па ўчастку парабалы (мал. 257), прымаючы ўдзел у двух рухах: раўнамерным па гарызанталі і роўнапаскораным з паскарэннем $\vec{g}$ па вертыкалі. Скорасць раўнамернага руху роўна $\vec{v}_0$. Яе модуль можна вызначыць, ведаючы далёкасць палету l і час руху t:

$$v_0 = \frac{l}{t}. \qquad (1)$$



Мал. 257

Пры роўнапаскораным руху па вертыкалі $h = \frac{gt^2}{2}$, адкуль:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}. \quad (2)$$

Тады, падставіўшы формулу (2) у формулу (1), атрымаем:

$$v_0 = l\sqrt{\frac{g}{2h}}. \quad (3)$$

Парадак выканання работы

1. Замацуйце ў штатыве латок так, каб яго загнуты канец быў размешчаны гарызантальна (гл. мал. 257).

2. Адзначце крэйдай становішча на латку, адкуль будзеце пускаць шарык. Зрабіце спрабавальны дослед і заўважце, у які пункт стала ўпаў шарык. Пакладзіце ліст капіравальной паперы на ліст белай у месцы падзення шарыка. Ліст белай паперы спачатку зафіксуйце.

3. Пакладзіце шарык на латок там, дзе праведзена метка, і адпусціце яго. Адзначце на белым лісце лічбай *1* пункт прызямлення шарыка.

4. Паўтарыце дослед не менш за 5 разоў, адзначаючы кожны раз пункты прызямлення шарыка лічбамі *1*, *2*, *3*, *4*, *5*. Ліст паперы пры гэтым не павінен зрушвацца.

5. Вымерайце ва ўсіх пяці доследах вышыню падзення і далёкасць палёту шарыка. Даныя запішыце ў табліцу.

№ доследу	h, м	l, м
1		
2		
3		
4		
5		
Сярэдняе значэнне		

6. Знайдзіце сярэдняе значэнне $\langle h \rangle$ і $\langle l \rangle$.

7. Вылічыце сярэдняе значэнне скорасці $\langle v_0 \rangle$ па формуле:

$$\langle v_0 \rangle = \langle l \rangle \sqrt{\frac{g}{2\langle h \rangle}}, \quad g = 9{,}81\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

8. Разлічыце абсалютную Δl і адносную ε_l хібнасці прамых вымярэнняў далёкасці палёту шарыка.

Рэзультат прамых вымярэнняў l запішыце ў інтэрвальнай форме.

Кантрольныя пытанні

1. Чаму траекторыя руху цела, кінутага гарызантальна, скрыўляецца?
2. Як накіраваны вектар імгненнай скорасці ў розных пунктах траекторыі руху цела, кінутага гарызантальна?
3. Ці з'яўляецца крывалінейны рух шарыка рухам з пастаянным паскарэннем? Чаму?

Суперзаданне. Выкарыстоўваючы рэзультаты работы, вызначце канчатковую скорасць шарыка (у момант судакранання яго з лістом паперы). Які вугал з паверхняй ліста ўтварае гэта скорасць?

Лабараторная работа 6. *Праверка закону Гука*

Мэта: вымераць жорсткасць спружыны, праверыць для яе выкананне закону Гука.

Абсталяванне: штатыў, дынамометр са шкалой, закрытай міліметровай паперай, набор грузаў масай па 100 г.

Вывад разліковых формул

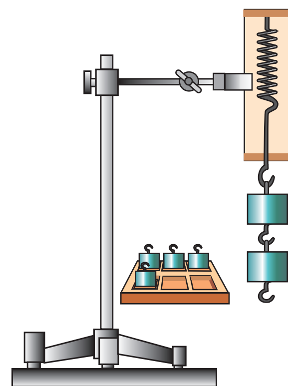
Калі да спружыны с пачатковай даўжынёй l_0 (мал. 258) падвесіць груз масай m, то пад дзеяннем вагі грузу спружына падаўжаецца. Яе даўжыня будзе роўна l, а абсалютнае падаўжэнне $x = l - l_0$.

На груз, які знаходзіцца ў спакоі, дзейнічаюць дзве сілы, што кампенсуюць адна адну, — сіла цяжару $m\vec{g}$ і пругкасці $\vec{F}_{пр}$:

$$F_{пр} = mg.$$

Паколькі па законе Гука $F_{пр} = k|x|$, то жорсткасць спружыны:

$$k = \frac{mg}{|x|}.$$



Мал. 258

Парадак выканання работы

1. Збярыце ўстаноўку па малюнку 258, закрыўшы шкалу дынамометра міліметровай паперай.

2. Адзначце на паперы становішча стрэлкі-паказальніка ненагружанай спружыны рысай з лічбай 0.

3. Падвесьце да спружыны адзін груз масай 100 г і адзначце становішча стрэлкі-паказальніка рысай з лічбай *1*. Вымерайце адлегласць паміж лічбамі 0-1. Гэта і ёсць абсалютнае падаўжэнне x_1 спружыны пад дзеяннем грузу. Паўтарыце вымярэнні x_1 тры разы.

4. Выканайце заданне 3, падвесіўшы да спружыны пачаргова 2, 3, 4 грузы. Вызначыўшы адпаведныя абсалютныя падаўжэнні спружыны x_2, x_3, x_4, запішыце даныя ў табліцу.

5. Выкарыстоўваючы метад падліку лічбаў (гл. Дадатак), разлічыце сілу пругкасці спружыны $F_{пр} = mg$ пры падвешванні аднаго, двух, трох і чатырох грузаў $\left(g = 9{,}81\,\frac{м}{с^2}\right)$ і запішыце даныя разлікаў у табліцу.

Колькасць грузаў	Маса грузу m, кг	Сіла пругкасці $F_{упр}$, Н	Абсалютнае падаўжэнне $\lvert x \rvert$, м			
			Паўторныя вымярэнні			
			x_1	x_2	x_3	$\langle x \rangle$
1						
2						
3						
4						

6. Для знаходжання $\langle k \rangle$ пабудуйце графік залежнасці сілы пругкасці $F_{пр}$ ад абсалютнага падаўжэння $\lvert x \rvert$ пры рознай колькасці грузаў.

7. Выбраўшы пункт C на графіку так, каб сіла $F_{упрC}$ і падаўжэнне x_C былі па магчымасці большымі, але не выходзілі за інтэрвалы вымярэння сілы, вызначце сярэдняе значэнне $\langle k \rangle$:

$$\langle k \rangle = \frac{F_{упрC}}{x_C}.$$

Кантрольныя пытанні

1. Да чаго прыкладзены сіла пругкасці спружыны і вага грузу?
2. Ці для любой колькасці грузаў будзе выконвацца прамая прапарцыянальная залежнасць сілы пругкасці $F_{пр}$ ад абсалютнага падаўжэння x? Чаму?

Суперзаданне. Як зменіцца жорсткасць спружыны, калі яе даўжыню паменшыць на адну трэць?

Лабараторная работа 7. *Вымярэнне каэфіцыента трэння слізгання*

М э т а: вымераць каэфіцыент трэння слізгання дрэва па дрэве.

А б с т а л я в а н н е: драўляны брусок, дошка, грузы масай па 100 г, штатыў, мерная стужка (лінейка).

Вывад разліковых формул

Калі драўляны брусок рухаецца раўнамерна па дошцы (мал. 259, *а*), то вектарная сума ўсіх сіл, што дзейнічаюць на яго, роўна нулю.

На брусок дзейнічаюць сілы пругкасці спружыны дынамометра $\vec{F}_{\text{пр}}$, трэння $\vec{F}_{\text{тр}}$, цяжару $m\vec{g}$ і рэакцыі апоры $\vec{N}$ (мал. 259, *б*):

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}} + \vec{F}_{\text{пр}} = \vec{0}. \qquad (1)$$

У праекцыі на вось Ox ураўненне (1) прыме від:

$$-F_{\text{тр}} + F_{\text{пр}} = 0, \text{ або } F_{\text{тр}} = F_{\text{пр}}. \qquad (2)$$

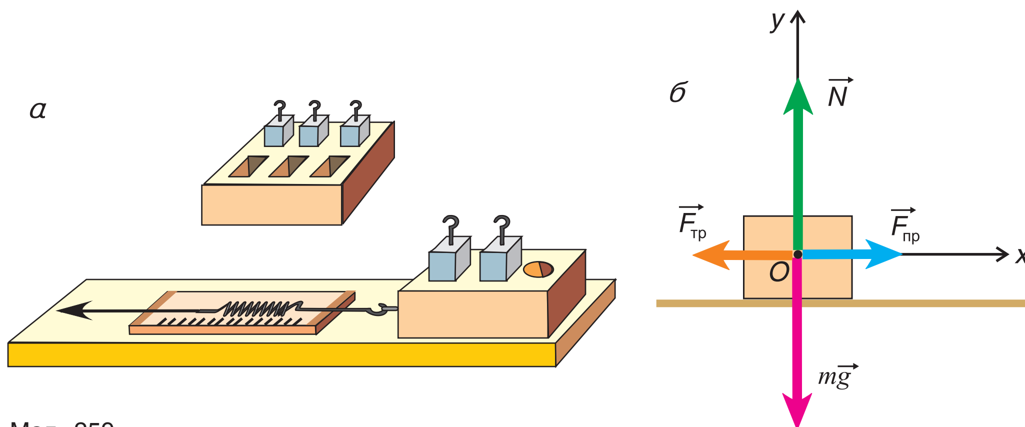
Але модуль сілы трэння $F_{\text{тр}} = \mu N$.

Сілу рэакцыі N можна вызначыць, знайшоўшы праекцыі ўсіх сіл ва ўраўненні (1) на вось Oy:

$$-mg + N = 0;$$
$$mg = N.$$

Тады сіла трэння $F_{\text{тр}} = \mu mg$. Значыць, каэфіцыент трэння слізгання:

$$\mu = \frac{F_{\text{тр}}}{mg} = \frac{F_{\text{пр}}}{mg}. \qquad (3)$$



Мал. 259

Парадак выканання работы

1. З дапамогай дынамометра вымерайце вагу бруска. Вымярэнні паўтарыце не менш за 3 разы. Рэзультаты запішыце ў табліцу.

2. На брусок пакладзіце груз, прымацуйце дынамометр і раўнамерна перамяшчайце брусок па дошцы. Вымерайце сілу пругкасці $F_{пр}$ спружыны дынамометра. Дослед паўтарыце не менш за 5 разоў. Рэзультаты вымярэнняў запішыце ў табліцу.

3. Доследы 1-2 паўтарыце з двума, трымя грузамі. Даныя запішыце ў табліцу.

Колькасць грузаў	P, Н			$\langle P \rangle$, Н	$F_{тр}$, Н					$\langle F_{тр} \rangle$, Н
	Паўторныя вымярэнні				Паўторныя вымярэнні					
1										
2										
3										

4. Знайдзіце сярэднія значэнні $\langle P \rangle$ і $\langle F_{тр} \rangle$ у доследах з 1, 2 і 3 грузамі.

5. Пабудуйце графік залежнасці $\langle F_{тр} \rangle$ ад $\langle P \rangle$ бруска з грузамі. Па графіку вызначце сярэдняе значэнне каэфіцыента трэння μ (па аналогіі з пунктам 7) лабараторнай работы 6:

$$\langle \mu \rangle = \frac{F_{трC}}{P_C}.$$

6. Па метадзе вызначэння цаны (гл. Дадатак) дзялення разлічыце абсалютную ΔP і адносную ε_P хібнасці прамых вымярэнняў вагі бруска з грузамі. Запішыце канчатковы рэзультат прамых вымярэнняў вагі ў інтэрвальнай форме.

Кантрольныя пытанні

1. Што паказвае каэфіцыент трэння слізгання?
2. Чаму каэфіцыент трэння слізгання з'яўляецца безразмернай велічынёй?
3. Ад чаго залежыць каэфіцыент трэння слізгання?

Суперзаданне. Як з дапамогай лінейкі, бруска з грузамі і нахіленай дошкі вызначыць каэфіцыент трэння слізгання дрэва па дрэве?

Лабараторная работа 8. *Праверка захавання закону імпульсу*

Мэта: вымераць імпульсы сістэмы да ўзаемадзеяння і пасля ўзаемадзеяння цел, якія ўваходзяць у яе; праверыць выкананне закону захавання імпульсу.

Абсталяванне: штатыў з лапкай, латок, два шары аднолькавага аб'ёму і рознай масы, лісты белай і капіравальнай паперы, лінейка, вагі, разнавагі.

Вывад разліковых формул

Шар масай m_1, скочваючыся з латка (становішча *1*), канец якога размешчаны гарызантальна (мал. 260), набывае на канцы руху па латку гарызантальную скорасць $\vec{v}_1$, а значыць, і імпульс $\vec{p}_1 = m_1\vec{v}_1$.

Праекцыю скорасці v_{1x} на вось Ox лёгка вызначыць, вымераўшы далёкасць палёту l і вышыню h:

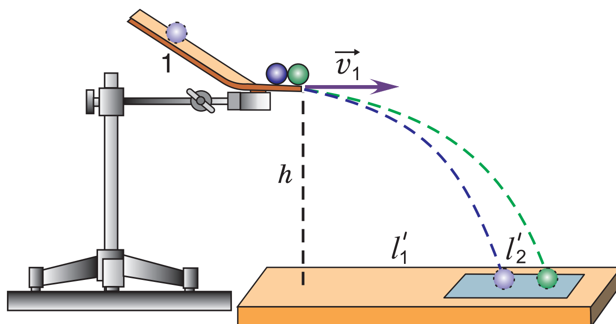
$$v_{1x} = l_1\sqrt{\frac{g}{2h}}. \quad (1)$$

Тады праекцыя імпульсу першага шара на вось Ox будзе:

$$p_{1x} = m_1 l_1\sqrt{\frac{g}{2h}}. \quad (2)$$

Змесцім на краі латка другі шар масай m_2, імпульс якога $\vec{p}_2 = \vec{0}$ ($\vec{v}_2 = \vec{0}$), а першаму шару дадзім магчымасць рухацца з таго ж самага становішча *1* (становішча *1* адзначана крэйдай).

Першы шар, які мае на канцы латка гарызантальна накіраваны імпульс p_{1x}, узаемадзейнічае з другім шарам, што ляжыць нерухома. Пасля ўзаемадзеяння абодва шары маюць скорасці v'_{1x} і v'_{2x}, накіраваныя гарызантальна, а значыць, і імпульсы $p'_{1x} = m_1v'_{1x}$ і $p'_{2x} = m_2v'_{2x}$. Паколькі знешнія сілы, што дзейнічаюць на шары (цяжару і рэакцыі апоры), скампенсаваны, то для сістэмы двух шароў выконваецца закон захавання імпульсу:



Мал. 260

$$p_{1x} = p'_{1x} + p'_{2x}, \quad (3)$$

або

$$m_1 v_{1x} = m_1 v'_{1x} + m_2 v'_{2x}. \quad (4)$$

Падставіўшы ў (4) праекцыі скарасцей (формула 1), атрымаем

$$m_1 l_1 = m_1 l'_1 + m_2 l'_2. \quad (5)$$

Парадак выканання работы

1. Вымерайце масы m_1 і m_2 шароў на вагах, паўтарыўшы вымярэнні 3 разы.

2. Замацуйце латок у лапцы штатыва так, каб канец латка быў размешчаны гарызантальна на вышыні $h = 15$ см ад паверхні стала.

3. Зрабіўшы крэйдай метку на латку, адпусціце з гэтага становішча шар большай масы m_1 і паназірайце, у якім месцы стала прызямліцца шар. Пакладзіце там ліст белай паперы, зафіксаваўшы яго, а зверху — ліст капіравальнай паперы.

4. Змясціце першы шар (масай m_1) на метку і адпусціце. Па метцы на белым лісце вызначце далёкасць палёту l_1. Дослед паўтарыце 5 разоў, даныя запішыце ў табліцу. Знайдзіце сярэдняе значэнне $\langle l_1 \rangle$.

5. Размясціце на краі латка другі шар меншай масы і адпусціце яго з таго ж месца, што і ў заданні 3. Па метках на белым лісце знайдзіце далёкасці палётаў шароў l'_1 і l'_2. Дослед паўтарыце 5 разоў і знайдзіце сярэднія значэнні $\langle l'_1 \rangle$ і $\langle l'_2 \rangle$. Усе даныя запішыце ў табліцу.

№ доследу	m_1, кг	m_2, кг	l_1, м	l'_1, м	l'_2, м
1					
2					
3					
4					
5					
Сярэдняе значэнне					

6. Праверце выкананне закону захавання імпульсу, падставіўшы значэнні $\langle m_1 \rangle$, $\langle m_2 \rangle$, $\langle l_1 \rangle$, $\langle l'_1 \rangle$, $\langle l'_2 \rangle$ у формулу (5).

7. Вызначце абсалютную і адносную хібнасці прамых вымярэнняў далёкасці палёту аднаго з шароў. Рэзультаты прамых вымярэнняў далёкасці палёту шара запішыце ў інтэрвальнай форме.

Кантрольныя пытанні

1. Як накіраваны імпульс цела?
2. Пры якіх умовах выконваецца закон захавання імпульсу?
3. Чаму для сістэмы двух шароў можна прымяняць закон захавання імпульсу?

Суперзаданне. Ці можна сцвярджаць, што сумарны імпульс шароў не будзе змяняцца і пры іх далейшым палёце па парабалічнай траекторыі амаль да саўдару з паверхняй стала? Адказ абгрунтуйце.

Лабараторная работа 9. *Праверка закону захавання механічнай энергіі*

Мэта: праверыць выкананне закону захавання механічнай энергіі.

Абсталяванне: два штатывы, латок, шар на нітцы, дынамометр, лісты белай і капіравальнай паперы, лінейка, вагі, разнавагі.

Вывад разліковых формул

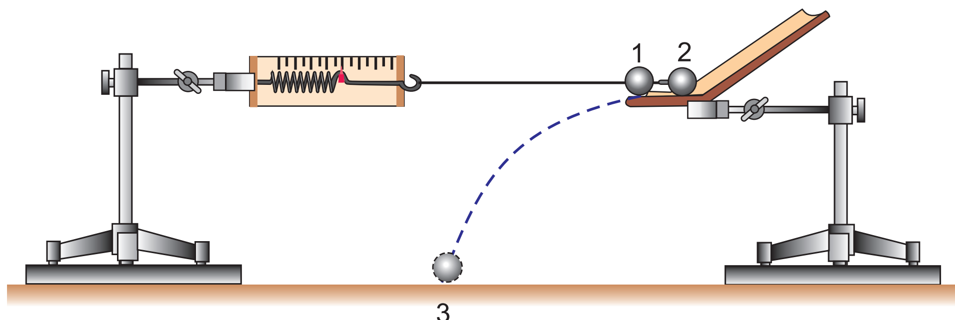
Калі расцягнутая спружына (мал. 261), якая валодае патэнцыяльнай энергіяй $E_п$, узаемадзейнічае з целам, то пры пераходзе ў недафармаваны стан патэнцыяльная энергія спружыны пры адсутнасці супраціўлення руху цалкам ператвараецца ў кінетычную энергію $E_к$ цела:

$$E_п = E_к. \qquad (1)$$

$$E_п = \frac{kx^2}{2}. \qquad (2)$$

$$E_к = \frac{mv^2}{2}. \qquad (3)$$

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{mv^2}{2}. \qquad (4)$$



Мал. 261

Паколькі $k|x| = F_{пр}$ — сіла пругкасці спружыны, то

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{F_{пр}|x|}{2}. \qquad (5)$$

Скорасць цела можна вызначыць па далёкасці яго палёту l і вышыні падзення h: $v^2 = \frac{l^2 g}{2h}$ (вывад формулы гл. у лабараторнай рабоце 7).

Тады

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{ml^2 g}{4h}. \qquad (6)$$

З улікам (5) і (6) формула (4) прыме від:

$$\frac{F_{пр}|x|}{2} = \frac{ml^2 g}{4h}, \text{ або } F_{пр}|x| = \frac{ml^2 g}{2h}. \qquad (7)$$

Формулу (7) можна праверыць эксперыментальна.

Парадак выканання работы

1. Вымерайце на вагах масу шара.

2. Замацуйце на штатывах латок і дынамометр на аднолькавай вышыні $h \approx 30$ см ад паверхні стала. Нітку даўжынёй 40—45 см адным канцом прывяжыце да кручка дынамометра, а другім — да шара (гл. мал. 261). Адлегласць паміж штатывамі павінна быць такой, каб шар знаходзіўся на самым краі гарызантальнай часткі латка пры недэфармаванай спружыне дынамометра і гарызантальным становішчы ненацягнутай ніткі.

3. У мяркуемым месцы *3* падзення шара пакладзіце ліст белай паперы і зверху ліст капіравальнай. Адвядзіце шар у становішча *2* так, каб паказанні дынамометра былі $F_{пр} = 2{,}0$ Н. Адпусціце шар і адзначце месца яго падзення на стале па метцы на лісце белай паперы (становішча *3*). Дослед паўтарыце 5 разоў. Вымерайце далёкасць палёту шара ва ўсіх 5 доследах.

4. Вымерайце лінейкай абсалютную дэфармацыю спружыны $|x|$ пры сіле пругкасці $F_{пр} = 2{,}0$ Н. Усе даныя запішыце ў табліцу.

№ доследу	m, кг	h, м	l, м	$\|x\|$, м
1				
2				
3				
4				
5				
Сярэдняе значэнне				

5. Вызначце сярэднія значэнні $\langle h \rangle$, $\langle l \rangle$ і $\langle x \rangle$.

6. Падстаўце $\langle h \rangle$, $\langle l \rangle$ і $\langle x \rangle$ у формулу (7) і праверце выкананне закону захавання энергіі.

7. Разлічыце абсалютную і адносную хібнасці прамых вымярэнняў адной з велічынь (h, l, x) і запішыце рэзультат у інтэрвальнай форме.

Кантрольныя пытанні

1. Якую энергію называюць механічнай?
2. Пры якіх умовах выконваецца закон захавання механічнай энергіі?
3. Чым можна растлумачыць толькі прыбліжаную роўнасць патэнцыяльнай энергіі спружыны і кінетычнай энергіі шара?

Суперзаданне. Якую спружыну (з большай або з меншай жорсткасцю) лепш выкарыстоўваць у рабоце для больш дакладнага выканання закону захавання механічнай энергіі? Чаму?

Дадатак

Апрацоўка рэзультатаў вымярэнняў. Ацэнка хібнасцей

Уводзіны

Вымярэннем называецца знаходжанне эксперыментальным шляхам (з дапамогай вымяральных сродкаў) значэння фізічнай велічыні.

Пры выкананні лабараторных работ вы сустрэнецеся з двума відамі вымярэнняў: *прамымі* і *ўскоснымі*.

Прамым называецца вымярэнне, пры якім значэнне шуканай велічыні вызначаецца непасрэдна адлікам па шкале прыбора.

Ускоснае вымярэнне — гэта вымярэнне, пры якім значэнне вызначаемай велічыні знаходзіцца па формуле як функцыя іншых велічынь.

Рэзультат любога вымярэння з'яўляецца прыблізным, г. зн. змяшчае хібнасць. Прычын хібнасці многа: недасканаласць вымяральных прыбораў, акругленні пры адліках і вылічэннях, уплыў знешніх фактараў (штуршкі, змяненне тэмпературы, ціску і да т. п.) і інш. Таму бяссэнсава разлічваць на атрыманне дакладнага (без хібнасці) рэзультату.

1. Выпадковыя і сістэматычныя хібнасці. Промахі

Выпадковымі называюць такія хібнасці, якія ад доследу да доследу змяняюцца непрадказальным чынам. Выпадковую хібнасць пры адным вымярэнні выявіць нельга. Трэба правесці серыю паўторных вымярэнняў (пры аднолькавых пачатковых умовах доследу). Шматкратнае паўтарэнне доследу дазваляе паменшыць уплыў выпадковых хібнасцей на канчатковы рэзультат вымярэнняў.

Калі пры паўторных вымярэннях атрымліваецца адзін і той жа рэзультат, то гэта не азначае, што выпадковай хібнасці няма. Проста адчувальнасць прыбора такая нізкая, што выпадковая хібнасць не праяўляецца.

Сістэматычныя хібнасці — гэта хібнасці, якія пры паўтарэнні вымярэння застаюцца пастаяннымі. Гэтыя хібнасці звязаны ў асноўным з недасканаласцю вымяральнай тэхнікі, прыбліжанай методыкай вымярэнняў і апрацоўкі рэзультатаў.

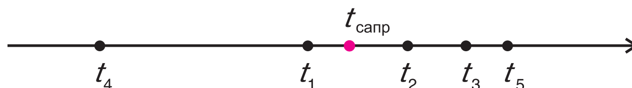
Промахі — грубыя памылкі, якія намнога пераўзыходзяць чаканую пры дадзеных умовах хібнасць. Яны выклікаюцца няўважлівасцю пры зняцці рэзультату, няспраўнасцю прыбора або рэзкім змяненнем умоў доследу.

Каб пазбегнуць промаху, неабходна адну і тую ж выпадковую велічыню вымяраць некалькі разоў і рэзультат, які рэзка адрозніваецца ад іншых (г. зн. промах), адкінуць.

2. Абсалютная і адносная хібнасці

Няхай мы з дапамогай секундамера вымяраем прамежак часу t руху шарыка па жолабе. Правёўшы пяць паўторных вымярэнняў, мы атрымалі розныя значэнні t_1, t_2, t_3, t_4, t_5. Гэта прыбліжаныя значэнні. Дапусцім, што сапраўднае значэнне прамежку часу руху $t_{сапр}$ (мал. 262), г. зн. вымераныя значэнні адхіляюцца ад сапраўднага як у большы бок (t_2, t_3, $t_5 > t_{сапр}$), так і ў меншы (t_1, $t_4 < t_{сапр}$). **Модуль максімальнага адхілення атрыманага рэзультату вымярэння ад сапраўднага значэння велічыні называецца максімальнай абсалютнай хібнасцю або верхняй мяжой хібнасці.** У дадзеным прыкладзе яна абазначаецца Δt:

$$\Delta t = \left| t_4 - t_{сапр} \right|,$$



Мал. 262

паколькі менавіта значэнне t_4 найбольш значна адрозніваецца ад $t_{сапр}$.

У большасці выпадкаў сапраўднае значэнне $t_{сапр}$ велічыні невядомае. Але каб выканаць шматкратныя вымярэнні і знайсці сярэдняе значэнне вымеранай велічыні $\langle t \rangle = \frac{(t_1 + t_2 + ... + t_n)}{n}$, то, чым большы лік n вымярэнняў, тым больш бліжэйшае сярэдняе значэнне велічыні да яе сапраўднага значэння.

Тады канчатковы рэзультат вымярэнняў прамежку часу трэба запісаць наступным чынам:

$$\langle t \rangle - \Delta t \leqslant t_{сапр} \leqslant \langle t \rangle + \Delta t,$$

або

$$t = \langle t \rangle \pm \Delta t.$$

Адносная хібнасць ε вызначае, якую частку ў працэнтах ад вымяраемай велічыні складае абсалютная хібнасць:

$$\varepsilon = \frac{\Delta t}{\langle t \rangle} \cdot 100\,\%.$$

Напрыклад, калі сярэдняе значэнне прамежку часу скочвання шарыка з нахіленага жолаба $\langle t \rangle = 16{,}12$ с вызначана з дакладнасцю да $\Delta t = 0{,}08$ с, то адносная хібнасць:

$$\varepsilon = \frac{0{,}08}{16{,}12} \cdot 100\,\% \approx 0{,}5\,\%.$$

Канчатковы рэзультат трэба запісваць наступным чынам:

$$t = (16{,}12 \pm 0{,}08)\ с;\ \varepsilon = 0{,}5\ \%.$$

3. Дакладныя і прыбліжаныя лікі

Пры апрацоўцы рэзультатаў вымярэнняў трэба адрозніваць дакладныя і прыбліжаныя лікі і ведаць правілы дакладных і прыбліжаных вылічэнняў.

Дакладныя лікі — гэта лікавыя каэфіцыенты; паказчыкі ступені ў формулах; каэфіцыенты, якія паказваюць кратнасці і долю адзінак вымярэння, і інш. Напрыклад: у формуле $h = \frac{gt^2}{2}$ каэфіцыент $\frac{1}{2}$ і паказчык ступені 2 — дакладныя лікі. Або: 4 км = 4 · 1000 м, 1 с = $\frac{1}{3600}$ г. Каэфіцыенты 1000, $\frac{1}{3600}$ — дакладныя лікі.

Прыбліжанымі лікамі з'яўляюцца рэзультаты вымярэння велічынь, таблічныя значэнні велічынь, а таксама акругленыя значэнні дакладных лікаў. Значэнні хібнасцей — таксама прыбліжаныя лікі.

Напрыклад: значэнне вышыні $h = 10{,}2$ см, якое вымерана лінейкай; паскарэнне свабоднага падзення $g = 9{,}8\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, значэнне абсалютнай хібнасці $\Delta t = 0{,}08$ с; адносная хібнасць $\varepsilon = 0{,}5\ \%$.

4. Значныя лічбы

Усе лічбы ліку, акрамя нулёў, якія стаяць на пачатку ліку, называюцца **значнымі**. Напрыклад, у ліках 9,8; 1005; $0{,}001 = 1 \cdot 10^{-3}$ лік значных лічбаў адпаведна роўны: 2, 4 і 1.

У дакладных ліках лік значных лічбаў можа быць бясконца вялікім. Напрыклад, лік 2 можна запісаць і як 2,0; 2,00; 2,000 і г. д. Усе лічбы ў гэтых запісах значныя.

Пры запісе ліку ў стандартнай форме першую значную лічбу ставяць у разрад адзінак, а астатнія — у дзесятковыя разрады пасля коскі. Напрыклад: $0{,}001 = 1 \cdot 10^{-3}$; $0{,}000172 = 1{,}72 \cdot 10^{-4}$; $1328 = 1{,}328 \cdot 10^{3}$.

Абсалютная хібнасць у канчатковым выглядзе запісваецца з адной значнай лічбай.

Напрыклад: $l = (112{,}48 \pm 0{,}02)$ см; $\Delta l = 0{,}02$ см $= 2 \cdot 10^{-2}$ см.

5. Пэўныя і няпэўныя лічбы

Рэзультаты вымярэнняў і вылічэнняў могуць змяшчаць розную колькасць значных лічбаў, сярод якіх ёсць пэўныя, няпэўныя і няправільныя.

Лічба прыбліжанага ліку лічыцца пэўнай, калі яго абсалютная хібнасць не перавышае адной адзінкі таго разраду, у якім стаіць дадзеная лічба.

Напрыклад, для вымеранай даўжыні $l = (93 \pm 2)$ мм абсалютная хібнасць $2 < 10$, значыць, лічба 9, што стаіць у разрадзе дзясяткаў, пэўная. Лічба 3 стаіць у разрадзе адзінак. Хібнасць $2 > 1$, значыць, лічба 3, што стаіць за пэўнай лічбай, з'яўляецца няпэўнай.

Яшчэ адзін прыклад. Няхай вымераная велічыня масы запісваецца так: $m = (2{,}58 \pm 0{,}04) \cdot 10^2$ кг. Абсалютная хібнасць 0,04 < 1 (2 — пэўная лічба), 0,04 < 0,1 (5— пэўная лічба), нарэшце, 0,04 > 0,01, значыць, лічба 8 — няпэўная.

Лічбы, якія стаяць за няпэўнай, — няправільныя. Напрыклад, у прыбліжаным ліку 17,45 ± 2 лічбы 4 і 5 — няправільныя.

Няправільныя лічбы трэба адкінуць і запісаць: 17 ± 2.

У дакладных ліках усе значныя лічбы пэўныя, а хібнасць дакладнага ліку заўсёды роўна нулю.

6. Акругленне лікаў

Дакладныя і прыбліжаныя лікі можна акругляць, г. зн. памяншаць колькасць значных лічбаў.

Пры акругленні лікаў кіруюцца наступным правілам: калі першая адкінутая лічба роўна або больш за 5, то апошняя захаваная лічба павялічваецца на адзінку, калі менш за 5, то апошняя захаваная лічба не змяняецца.

Напрыклад, акругліць да дзясятых або да трох значных лічбаў лікі:

13,273 ≈ 13,3 (лічба, якую адкідаюць, 7 > 5);

13,253 ≈ 13,3 (лічба, якую адкідаюць, 5);

13,233 ≈ 13,2 (лічба, якую адкідаюць, 3 < 5);

$83\,128 \approx 83\,100 = 8{,}31 \cdot 10^4$ (2 < 5).

Абсалютную хібнасць акругляюць да адной значнай лічбы. Напрыклад: $l = (62 \pm 2{,}4)$ мм трэба запісаць: $l = (62 \pm 2)$ мм.

7. Матэматычныя аперацыі з прыбліжанымі лікамі

а) Складанне і адніманне

Пры складанні і адніманні прыбліжаных лікаў у рэзультаце трэба пакідаць столькі дзесятковых знакаў, колькі іх у ліку з найменшай колькасцю дзесятковых знакаў.

Напрыклад:

$$\begin{array}{r} 4{,}87 \\ +2{,}3 \\ 0{,}482 \\ \hline 7{,}652 \approx 7{,}7 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 102{,}328 \\ -\;\;7{,}21 \\ \hline 95{,}118 \approx 95{,}1 \end{array}$$

б) Множанне і дзяленне

Пры множанні і дзяленні прыбліжаных лікаў у рэзультаце трэба захаваць столькі значных лічбаў, колькі значных лічбаў у зыходным з найменшай іх колькасцю.

Напрыклад:

35,2 · 0,24 = 8,448 ≈ 8,4.

87,6779 : 7,1 = 12,349 ≈ 12.

в) Узвядзенне ў ступень і здабыванне кораня

Пры ўзвядзенні ў ступень прыбліжанага ліку ў рэзультаце трэба захаваць столькі значных лічбаў, колькі пэўных значных лічбаў мае лік, што ўзводзяць у ступень:

$$0{,}37^2 = 0{,}1369 \approx 0{,}14.$$

Пры здабыванні кораня з прыбліжанага ліку ў рэзультаце захоўваецца столькі значных лічбаў, колькі пэўных значных лічбаў мае падкарэнны лік:

$$\sqrt{3{,}0} = 1{,}73205... \approx 1{,}7;$$
$$\sqrt{81} = 9{,}0;$$
$$\sqrt[3]{64} = 4{,}0.$$

г) Вылічэнне трыганаметрычнай функцыі

Пры вылічэнні трыганаметрычнай функцыі ($\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\mathrm{tg}\alpha$, $\mathrm{ctg}\alpha$), калі значэнне вугла α зададзена з дакладнасцю да 1°, у значэнні трыганаметрычнай функцыі трэба захаваць дзве значныя лічбы.

Напрыклад:

$$\sin 23° \approx 0{,}39;\ \mathrm{tg}30° \approx 0{,}53.$$

8. Ацэнка хібнасцей прамых вымярэнняў метадам цаны дзялення

Недасканаласць школьных вымяральных прыбораў прыводзіць да таго, што паўторныя вымярэнні даюць адзін і той жа рэзультат. Напрыклад, мернай стужкай вымяраюць даўжыню жолаба, і ва ўсіх трох вымярэннях атрымліваецца рэзультат 62 см.

У такім выпадку:

1) дастаткова трох паўторных вымярэнняў;

2) прыбліжанае значэнне вымяраемай велічыні

$$l_{\text{вым}} = \langle l \rangle = \frac{l_1 + l_2 + l_3}{3}$$

роўна любому з трох значэнняў;

3) абсалютную хібнасць лічаць роўнай цане дзялення шкалы прыбора $\Delta l = 1$ см. Адказ вымярэння трэба запісаць у выглядзе $l = (62 \pm 1)$ см.

9. Метад падліку лічбаў (МПЛ)

Метад падліку лічбаў (МПЛ) выкарыстоўваецца для апрацоўкі рэзультатаў ускосных вымярэнняў, тады як метад цаны дзялення — для прамых вымярэнняў.

Пры апрацоўцы рэзультатаў вымярэнняў МПЛ неабходна выконваць наступныя правілы:

1. Рэзультаты ўсіх прамых вымярэнняў запісаць у табліцу, пакідаючы толькі пэўныя лічбы (часам для павышэння дакладнасці канчатковага адказу пакідаюць адну няпэўную лічбу).

2. Усе вылічэнні выконваць па правілах правядзення матэматычных аперацый над прыбліжанымі лікамі (п. 7). Гэтыя правілы называюць *правіламі падліку лічбаў*.

3. Хібнасць рэзультату непасрэдна не вылічваюць. Рэзультат вымярэння пры МПЛ запісваюць без паказання хібнасці.

Адказы да практыкаванняў

Практыкаванне 2

3. $s = 2{,}0$ км; $\Delta r = 0{,}10$ км. **4.** $\Delta r = 32$ м. **5.** $\Delta r_1 = 8{,}5$ см; $s_1 = 9{,}4$ см; $\Delta r_2 = 12$ см; $s_2 = 19$ см; $\Delta r_3 = 0$; $s_3 = 38$ см; $\Delta r_4 = 0$; $s_4 = 75$ см.

Практыкаванне 3

4. $s = 90$ м; $\Delta r = 36$ м; $t = 9{,}0$ с. **5.** $l_1 = 45$ км; $l_2 = 36$ км; $l_3 = 81$ км. **6.** $l_1 = 5{,}0$ км; $s_1 = s_2 = 3{,}5$ км. **7.** $x_0 = 5{,}0$ км; $x_1 = 725$ км; $v = 720\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$; $s = \Delta r = 240$ км. **8.** $x_0 = 5{,}0$ км; $x_1 = -715$ км; $v = 720\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$; $s = \Delta r = 240$ км. **9.** $v = 36\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$.

Практыкаванне 4

2. $\Delta r = 0$; $s = 180$ км. **3.** $s_1 = 1{,}0$ км; $s_2 = 0{,}25$ км; $s_3 = 0{,}125$ км; $\Delta r_{1x} = 1{,}0$ км; $\Delta r_{2x} = -0{,}25$ км; $\Delta r_{3x} = 0{,}125$ км. **4.** $x_{01} = 6{,}0$ км; $x_{02} = -6{,}0$ км; $v_{1x} = 24\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$; $v_{2x} = 60\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$; $t = 20$ мін. **5.** $x_1 = A_1 + B_1(t - t_0)$, дзе $A_1 = -0{,}80$ км; $B_1 = 3{,}6\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$; $t_0 = 3$ г 10 мін; $x_2 = A_2 + B_2(t - t_0)$, дзе $A_2 = 1{,}6$ км; $B_2 = -12\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$; $\Delta r_1 = 1{,}2$ км; $\Delta r_2 = 4{,}0$ км. **6.** $v_{1x} = 2{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $v_{2x} = -20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $v_{3x} = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $l_{12} = 0$; $l_{13} = l_{23} = 30$ м; $l'_{12} = 113$ м; $l'_{13} = 7{,}5$ м; $l'_{23} = 120$ м.

Практыкаванне 5

1. $\langle v\rangle = 4\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$; $\langle v_1\rangle = 5\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$; $\langle v_3\rangle = 4\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$. **2.** $v_1 = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $v_2 = 20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $v_3 = 12\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. **3.** $\frac{v_{1x}}{v_{2x}} = \frac{5}{3}$. **4.** $\langle v\rangle_s = 0{,}14\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $\langle v\rangle_r = 0{,}10\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. **5.** $s = 0{,}94$ км; $\Delta r = 0{,}12$ км; $\langle v\rangle_r = 0{,}20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $\langle v\rangle_s = 1{,}6\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. **6.** $v_2 = 50\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$. **7.** $\langle v\rangle = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2}$, дзе $v_2 = \frac{v_1}{k}$; $\langle v\rangle = 48\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$.

Практыкаванне 6

4. $2{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}} \leqslant v \leqslant 5{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. **5.** $v = 25\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $\Delta r = 45$ км. **6.** а) $v = 5\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $\Delta r = 9$ км; б) $v = 18\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $\Delta r = 32$ км. **7.** $\Delta r_{\text{пл}} = 0$; $\Delta r_{\text{б}} = 60$ м; $v_{\text{б}} = 3{,}2\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. **8.** $\alpha = 30°$; $t = 1{,}9$ мін. **10.** $t = \frac{t_1t_2}{t_1 + t_2} = 23$ с.

Практыкаванне 7

5. $v_0 = 200\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $a = 9{,}81\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$; $v_y = 102\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $t_1 = 20{,}4$ с. **6.** $a_{1x} = -0{,}1\ \frac{\text{км}}{\text{мін}^2}$; $a_{2x} = 0{,}03\ \frac{\text{км}}{\text{мін}^2}$; $v_{1x} = v_{2x} = 0{,}10\ \frac{\text{км}}{\text{мін}}$; $t_1 = 4$ мін; $v_{1x} = A_1 + B_1t$, дзе $A_1 = 0{,}40\ \frac{\text{км}}{\text{мін}}$; $B_1 = -0{,}10\ \frac{\text{км}}{\text{мін}^2}$; $v_{2x} = B_2t$, дзе $B_2 = 0{,}03\ \frac{\text{км}}{\text{мін}^2}$.

Практыкаванне 8

3. $s = \Delta r = 96$ см; $x = 100$ см. **5.** $s_1 : s_2 : s_3 : s_4 = 1 : 3 : 5 : 7$. **6.** $s_1 = 20$ м; $s_2 = 40$ м; $s_3 = 100$ м; $\Delta r_1 = 20$ м; $\Delta r_2 = 0$; $\Delta r_3 = 60$ м; $y_1 = 20$ м; $y_2 = 0$; $y_3 = -60$ м.

Практыкаванне 9

3. $\frac{s_{AB}}{\Delta r_{AB}} = \frac{\pi}{2} = 1{,}6$; $\frac{s_{AC}}{\Delta r_{AC}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1{,}1$. **4.** $\omega = 1{,}6\ \frac{рад}{с}$.

Практыкаванне 10

2. $\frac{v_м}{v_ч} = 15{,}7$. **4.** $\frac{\omega_1}{\omega_2} = 2$. **5.** $v_1 = 465\ \frac{м}{с}$; $a_1 = 0{,}034\ \frac{м}{с^2}$; $v_2 = 233\ \frac{м}{с}$; $a_2 = 0{,}017\ \frac{м}{с^2}$. **6.** $h = 58$ м.

Практыкаванне 11

2. $F = 100$ Н. **3.** $F_1 = F_2 = 1{,}0$ Н; а) $F_1 = F_2 = 0{,}71$ Н; б) $F_1 = F_2 = 0{,}58$ Н; в) $F_1 = F_2 = 0{,}5$ Н.

4. $V = \frac{F_1}{g\rho} = 0{,}23\ дм^3$.

Практыкаванне 12

3. Так; $m_1 = m_2 = 270$ г; $\rho_1 = \rho_2 = 2{,}7\ \frac{г}{см^3}$. **4.** $m_1 = 500$ г; $m_2 = 125$ г.

Практыкаванне 13

4. $a = \frac{(m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2} = 3{,}3\ \frac{м}{с^2}$; $v = \sqrt{2as} = 2{,}3\ \frac{м}{с}$. **5.** $F_{max} = F_н\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) = 24{,}6$ Н.

6. $a = \frac{F\cos\alpha + mg\sin\alpha}{m} = 7{,}6\ \frac{м}{с^2}$; $F_д = mg\cos\alpha - F\sin\alpha = 36$ Н.

Практыкаванне 15

3. $F = 174$ Н. **4.** $x = \frac{m\omega^2 R}{k} = 4{,}0$ мм. **7.** $k_{пасл} = 75\ \frac{Н}{м}$; $k_{пар} = 300\ \frac{Н}{м}$.

Практыкаванне 16

6. $\mu_п = \mathrm{tg}\,\alpha = 0{,}58$; $F_{тр}^{max} = mg\sin\alpha = 3{,}0$ Н. **7.** $m = \frac{F\mu}{g} = 2{,}0$ кг.

8. $t = \frac{v_1 - v_2}{\mu g} = 2{,}5$ с. **9.** $\mu = \frac{4\pi^2\nu^2 R}{g} = 0{,}4$.

Практыкаванне 17

1. $t = \frac{v\sin\alpha}{g} = 1{,}0$ с. **3.** $l = v\sqrt{\frac{2h}{g}} = 5$ см. **4.** $h = \frac{gt^2}{2} = 20$ м; $l = vt = 6$ м.

5. $v_0 = \frac{A}{\cos\alpha} = 20\ \frac{м}{с}$; $h = v_0 \sin\alpha\, t - \frac{gt^2}{2} = 7{,}4$ м. **6.** $\alpha_1 = 27°$; $\alpha_2 = 63°$.

Практыкаванне 18

4. $g_h = \frac{gR^2}{(R+h)^2} = 1{,}09\ \frac{м}{с^2}$. **5.** $h = R(\sqrt{k} - 1) = 4{,}7 \cdot 10^3$ км.

Практыкаванне 19

1. $x_C = 7$ см (ад цэнтра шара 2). **2.** $x_C = 2{,}3$ см (ад цэнтра меднай часткі).

3. $x_C = 0{,}17R$. **4.** $a = 1{,}0\ \frac{м}{с^2}$ (уверх). **5.** $a = 10\ \frac{м}{с^2}$.

Практыкаванне 20

2. $\Delta p = 1 \cdot 10^4\ \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$; $F = 56$ Н. **3.** $\Delta p_1 = \sqrt{2}mv$; $\Delta p_2 = 2mv$; $\Delta p_3 = 0$. **4.** $\Delta p = 1{,}6 \cdot 10^{-23}\ \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$.

Практыкаванне 21

3. $v_{\text{л}1} = 1{,}3\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$ (у ранейшым напрамку); $v_{\text{л}2} = 0{,}30\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$ (у адваротным напрамку); $v_{\text{л}3} = 2{,}9\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$ (у ранейшым напрамку); $v_{\text{хл}} = 5{,}3\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$ (у напрамку пачатковага руху лодкі). **4.** $s_{\text{пл}} = \frac{m_2 s}{m_1 + m_2} = 1$ м.

5. $v_3 = v_1 = 300\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Практыкаванне 22

1. $A = 4$ кДж; $A_{\text{ц}} = -4$ кДж. **2.** $F = 100$ Н. **3.** $\alpha = 30°$. **4.** $m = \frac{2Fs}{v^2} = 1 \cdot 10^6$ кг.

5. $A = \mu mgl = 0{,}6$ кДж. **7.** $A = mgh_0 N = 0{,}22$ МДж; $P = mgv = 1{,}6$ кВт.

8. $A = mh(g + a) = 6{,}4$ кДж; $P = m(g + a)\sqrt{2ah} = 1{,}8$ кВт.

Практыкаванне 23

2. $A = \frac{F}{2\Delta l_1}((\Delta l_1 + \Delta l_2)^2 - \Delta l_1^2) = 1{,}6$ Дж. **3.** $m = 5$ кг. **4.** $A_{\min} = \frac{mgL}{2} = 1{,}2$ кДж.

Практыкаванне 24

3. $A = \frac{m}{2}(v^2 - v_0^2) = -80$ Дж. **4.** $E_{\text{к}} = \frac{mg^2 t^2}{8} = 40$ Дж. **5.** $m = \frac{E}{2\pi^2 \nu^2 R^2} = 0{,}10$ кг.

Практыкаванне 25

2. $v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = 8{,}9\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $h_{\max} = 4$ м. **3.** $E_{\text{к}} = \frac{ma^2 t^2}{2} = 0{,}86$ МДж. **4.** $m = 0{,}1$ кг; $A = 2{,}4$ Дж.

5. $v_1 = \sqrt{2gh_1 + v_0^2} = 33\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $E_{\text{к}} = 0{,}22$ кДж; $E_{\text{п}} = 40$ Дж. **6.** $\Delta E_{\text{п}} = 12$ Дж. **7.** $E_{\text{п}} = 50$ мДж; $A = 18$ мДж.

8. $v_{\max} = g\sqrt{\frac{m}{k}} = 1{,}1\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. **9.** $\cos\alpha = 0{,}5$; $\alpha = 60°$. **10.** $s = \frac{h}{\mu} - c = 23$ м.

ЗМЕСТ

Вучэбнае выданне

Ісачанкава Ларыса Арцёмаўна
Пальчык Генадзь Уладзіміравіч
Сакольскі Анатоль Аляксеевіч

ФІЗІКА

Вучэбны дапаможнік для 9 класа
агульнаадукацыйных устаноў
з беларускай мовай навучання

Заг. рэдакцыі *В. Г. Бехціна*. Рэдактар *Л. В. Грынкевіч*. Афармленне *А. Г. Дашкевіч*. Мастацкі рэдактар *В. І. Казлоў*. Тэхнічны рэдактар *М. І. Чаплаводская*. Камп'ютарная вёрстка *А. Ю. Гурчонак*. Карэктары *З. М. Грышэлі, Т. М. Вядзернікава, Д. Р. Лосік, В. С. Бабеня, Г. В. Алешка*.

Падпісана ў друк 28.07.2010. Фармат $70 \times 90^{1}/_{16}$. Папера афсетная. Гарнітура літаратурная. Афсетны друк. Умоўн. друк. арк. 15,8 + 0,29. Ул.-выд. арк. 13,71 + 0,29. Тыраж 25 173 экз. Заказ 1158.

Выдавецкае рэспубліканскае ўнітарнае прадпрыемства «Народная асвета»
Міністэрства інфармацыі Рэспублікі Беларусь.
ЛИ № 02330/0494083 ад 03.02.2009. Пр. Пераможцаў, 11, 220004, Мінск.

ААТ «Паліграфкамбінат імя Я. Коласа». ЛП № 02330/0150496 ад 11.03.2009.
Вул. Чырвоная, 23, 220600, Мінск.

Ісачанкава, Л. А.

И85 Фізіка : вучэб. дапам. для 9-га кл. агульнаадукац. устаноў з беларус. мовай навучання / Л. А. Ісачанкава, Г. У. Пальчык, А. А. Сакольскі ; пад рэд. А. А. Сакольскага ; пер. з рус. мовы Н. Г. Ляўчук. — Мінск : Нар. асвета, 2010. — 213 с. : іл.

ISBN 978-985-03-1373-7.

УДК 53(075.3=161.3)
ББК 22.3я721

____

(Назва і нумар школы)

Навучальны год	Імя і прозвішча вучня	Стан вучэбнага дапаможніка пры атрыманні	Адзнака вучню за карыстанне вучэбным дапаможнікам
20 /			
20 /			
20 /			
20 /			
20 /			